

खेल खेल में गणित

(सेतु पाठ्यक्रम पर आधारित पाठ्यपुस्तक)

स्तर-III
कक्षा 6 एवं 7

2022



राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद
वरुण मार्ग, डिफेंस कॉलोनी, नई दिल्ली-110024

ISBN: 978-93-85943-02-7

मार्च, 2022 (संशोधित संस्करण)

© राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्, दिल्ली

प्रथम संस्करण, 2015

15500 Copies

प्रकाशक : राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्, नई दिल्ली

मुद्रक : एजूकेशनल स्टोर्स, एस-५, बुलन्दशहर रोड, इण्डस्ट्रीयल एरिया, साईट-I, गाजियाबाद (उ.प्र.)

Rajanish Singh
Director



State Council of Educational Research and Training

(An autonomous Organisation of GNCT of Delhi)

Varun Marg, Defence Colony, New Delhi-110024

Tel.: +91-11-24331356, Fax : +91-11-24332426

E-mail : dir12scert@gmail.com

Date : 22/3/22

D.O. No. : F10012/DR/SCERT/421

सन्देश

शिक्षा सभी बच्चों का मौलिक अधिकार है। अच्छी शिक्षा सदैव बच्चों के उज्जयल भविष्य का निर्माण करती है। यह बच्चों को जानात्मक सूचनाएं प्रदान करने के साथ बच्चे के मानसिक, शारीरिक और आत्मिक स्तर को सुधारने में भी मदद करती है। शिक्षा प्राप्ति में पुस्तकों का महत्वपूर्ण योगदान है।

इसी को ध्यान में रखकर राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्, नई दिल्ली ने विशेष प्रशिक्षण केंद्रों के विद्यार्थियों के लिए 18 पाठ्य-पुस्तकों का निर्माण किया है। इन पाठ्य-पुस्तकों का मुख्य उद्देश्य यह है कि 'बच्चे विद्यालय में एवं विद्यालय के बाहर सीखने के लिए प्रोत्साहित हों और उनमें आत्मविश्वास की भावना जागृत हो।' बच्चों की आवश्यकतानुसार इन पुस्तकों में कुछ महत्वपूर्ण बदलाव किये गए हैं जिससे बच्चों को सरलता एवं रोचकता का अनुभव होगा।

आशा है यह पठन सामग्री बच्चों का मार्गदर्शन कर उनके समग्र विकास में मदद करेगी।

(रजनीश सिंह)



स्वाध्यायाना प्रमदः

Dr. Nahar Singh
Joint Director (Academic)

State Council of Educational Research and Training

(An autonomous Organisation of GNCT of Delhi)

Tel. : +91-11-24336818, 24331355, Fax : +91-11-24332426

Tel.: +91-11-24331355, Fax : +91-11-24332426

E-mail : jdscertdelhi@gmail.com

Date : 22/03/2022

D.O. No. : F:1|(2) JDB/Acad/Misc. १५८४ | २०२१-२२
सन्देश २४८

शिक्षा का अधिकार कानून 2009 के अंतर्गत 6 से 14 वर्ष तक के बच्चों के लिए निःशुल्क एवं अनिवार्य शिक्षा का प्रावधान है। इसी कानून की धारा 4 के अनुसार विद्यालयी शिक्षा से वंचित बच्चों को विशेष प्रशिक्षण केंद्रों में शिक्षा लेने का अवसर प्रदान कर उन्हें आयु अनुसार कक्षा के उपयुक्त बनाना है। राष्ट्रीय शिक्षा नीति-२०२० के अनुसार प्रत्येक 3 से 18 आयु वर्ग के बच्चे को गुणवत्तापूर्ण व समतामूलक शिक्षा प्रदान करने का पूर्ण दायित्व राज्य सरकार का है।

राष्ट्रीय शिक्षा नीति बच्चों में साक्षरता और संख्या ज्ञान जैसी 'बुनियादी क्षमताओं' के साथ-साथ 'उच्चतर स्तर' की तार्किक और समस्या-समाधान संबंधी संज्ञानात्मक क्षमताओं का विकास करने पर बल देने के साथ-साथ शिक्षार्थियों के सभी जीवन पक्षों और क्षमताओं के संतुलित विकास पर भी ज़ोर देती है।

राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्, नई दिल्ली द्वारा विशेष प्रशिक्षण केंद्र (एस.टी.सी.) के विद्यार्थियों हेतु जिस शिक्षण-अधिगम सामग्री को विकसित किया गया था, उनमें नई शिक्षा नीति के आधार पर छात्रों के समग्र विकास के लक्ष्य को ध्यान में रखते हुए सुधार किये गए हैं। इससे बच्चों का सर्वांगीण एवं सर्वोत्कृष्ट विकास होगा जिसके द्वारा बच्चों के ज्ञान एवं कौशल में वृद्धि कर उन्हें परिष्कृत नागरिक बनाया जा सकेगा।

राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 के निहित लक्ष्यों के संदर्भ में पाठ्य-पुस्तक को आदर्श बनाने के लिए सभी शिक्षकों का धन्यवाद।

मुझे पूर्ण आशा है कि राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 में निमित उद्देश्य को ध्यान में रखते हुए विभिन्न कक्षा स्तरीय, पाठ्य पुस्तकों विशेष प्रशिक्षण केंद्रों पर अध्ययनरत बच्चों के लिए अत्यधिक उपयोगी सिद्ध होंगी।

सभी बच्चों के लिए मेरी शुभकामनाएं।

(डॉ. नाहर सिंह)

प्राककथन

राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 के व्यापक उद्देश्यों के संदर्भ में नैतिकता, तर्कसंगतता, सहानुभूति और संवेदनशीलता के साथ 21वीं सदी के लिए अनिवार्य कौशलों में महारत हासिल करना वास्तव में महत्वपूर्ण है। राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 एवं सतत विकास एजेंडा 2030 सभी के लिए समावेशी और समान गुणवत्ता-युक्त शिक्षा सुनिश्चित करने और जीवन-पर्यंत शिक्षा के अवसरों को बढ़ावा दिये जाने के व्यापक लक्ष्य के साथ आज हमारे सामने है। इस नीति के जरिये स्कूल स्तर पर शिक्षा प्रणाली में व्यापक सुधार किये गए हैं। विद्यालय की वर्तमान रूपरेखा 5+3+3+4 के आधार पर तैयार की गयी है जिसमें 12 साल की स्कूली शिक्षा और 3 वर्ष की आंगनबाड़ी/प्री-स्कूलिंग को शामिल किया गया है। नीति में यह परिकल्पना की गई है कि विद्यालयी शिक्षा से वंचित बच्चों को जल्द से जल्द शैक्षिक क्षेत्र में वापस लाना और छात्रों को स्कूल छोड़ने से रोकने के लिए 2030 तक, पूर्वस्कूली शिक्षा से माध्यमिक स्तर तक 100% सकल नामांकन अनुपात प्राप्त करना सर्वोच्च प्राथमिकता होगी।

शिक्षा का अधिकार कानून 2009 की धारा 4 के अंतर्गत विद्यालयी शिक्षा से वंचित बच्चों को विशेष प्रशिक्षण केंद्रों में शिक्षा ग्रहण करने का प्रावधान है। इसका उद्देश्य उन्हें आयु-अनुसार कक्षा के अनुरूप शैक्षिक एवं बौद्धिक स्तर पर तैयार करना है। इसी लक्ष्य की प्राप्ति की ओर कदम बढ़ाते हुए राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्, नई दिल्ली ने विशेष प्रशिक्षण केंद्रों में जानार्जन करने वाले विद्यार्थियों के लिए विकसित पाठ्यपुस्तकों में आवश्यक सुधार किए हैं जिससे कि राष्ट्रीय शिक्षा नीति के उद्देश्यों को प्राप्त किया जा सके।

राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्, नई दिल्ली, द्वारा विकसित पाठ्यक्रम पर आधारित इन पुस्तकों का निर्माण अति सरल भाषा का प्रयोग करते हुए किया गया है। इन पाठ्य पुस्तकों को पाठ्यक्रम के अनुसार मूल रूप में ही रखा गया है जिसमें चार स्तर हैं। प्राथमिक कक्षाओं के लिए स्तर एक एवं स्तर दो तथा उच्च प्राथमिक कक्षाओं के लिए स्तर तीन एवं स्तर चार हैं। प्राथमिक स्तर पर चार विषय (हिंदी, अंग्रेजी, गणित एवं पर्यावरण अध्ययन) की पुस्तकें एवं उच्च प्राथमिक स्तर पर पाँच विषय (हिंदी, अंग्रेजी, गणित, सामाजिक अध्ययन एवं विज्ञान) की पुस्तकों का निर्माण किया गया है।

मैं इन पुस्तकों के निर्माण एवं पुनरीक्षण में योगदान देने वाले समस्त शिक्षकों के प्रति आभार द्यक्त करती हूँ। मैं आशा करती हूँ कि ये पाठ्यपुस्तके विशेष प्रशिक्षण केंद्रों के शिक्षकों एवं छात्रों के लिए उपयोगी सिद्ध होंगी। ये पुस्तकें केंद्रों में पढ़ने वाले विद्यार्थियों का समग्र विकास करने में सक्रिय भूमिका निभा सकेंगी।

पुस्तकों में सुधार हेतु आपके अनमोल सुझाव सदैव वांछनीय हैं।

डॉ बिंदु सक्सेना

असिस्टेंट प्रोफेसर

विज्ञान विभाग

पाठ्यक्रम और शिक्षाशास्त्र संभाग

राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्, नई दिल्ली

पुस्तक के बारे में

गणित विद्यालय में अध्ययन हेतु एक अनिवार्य विषय होता है और इस कारण गुणवत्तापूर्ण गणित-शिक्षा पाना प्रत्येक बच्चे का अधिकार है। गणित की शिक्षा प्रत्येक बच्चे को सहज ढंग से उपलब्ध होनी चाहिए और साथ-ही-साथ वह आनंदपूर्ण भी हो। बहुत सारे बच्चे अपनी अलग-अलग तरह की समस्याओं के चलते या तो स्कूल में दाखिला ही नहीं लेते या कुछ विशेष कारणों के चलते स्कूल छोड़ देते हैं। इसमें एक कारण गणित शिक्षा को लेकर डर भी हो सकता है क्योंकि समाज में गणित की शिक्षा को लेकर बहुत से भय तथा भ्रम फैले हुए हैं, जैसे-गणित एक कठिन विषय है, लड़के गणित में लड़कियों से अच्छे होते हैं। इत्यादि। इन सभी कारणों से ज्यादातर बच्चों में गणित को लेकर डर और असफलता का भाव होता है मूल्यांकन की विधियों और गणित शिक्षण के लिए शिक्षकों की पर्याप्त तैयारी का न होना इन समस्याओं को और बढ़ा देता है। गणित-शिक्षा ऐसी होनी चाहिए जो बच्चों को आगे आने वाले जीवन की चुनौतियों का सामना करने के लिए तैयार करे। हमारी कोशिश होनी चाहिए कि बच्चे गणित में आनंद लेना सीखें एवं गणित बच्चों के जीवन अनुभव का हिस्सा हो।

एक और जहाँ इन सभी कारणों से स्कूलों में पढ़ने वाले बच्चे गणित से डरते हैं, वहीं कुछ विशेष कारणों के चलते जो बच्चे विद्यालय के बाहर हैं, उनमें गणित की शिक्षा के प्रति सफलता का भाव पैदा करना बहुत बड़ी चुनौती है। प्रत्येक विद्यार्थी को सफलता के भाव के साथ जोड़ना आकलन परिवर्तियों को बदलना तथा विविध गणितीय संसाधनों से शिक्षकों का सर्वदृढ़न करना इत्यादि को योजनाबद्ध तरीके से लागू करना होगा ताकि ये बच्चे कक्षा की प्रक्रियाओं के साथ जुड़ सकें।

इसके लिए पाठ्यपुस्तक निर्माण के दौरान हमने यह ध्यान रखा है कि सीखने की प्रक्रिया में बच्चों की भागीदारी तथा पाठ्यपुस्तक में स्वयं करके देखने तथा समझ बनाने के पर्याप्त अवसर मिलने चाहिए। इस सामग्री में इन बच्चों के स्वभाव उनकी रुचियों और आस-पास के परिवेश को ध्यान में रखते हुए विभिन्न गतिविधियाँ तैयार की गई हैं। प्रस्तुत पाठ्यपुस्तक, बच्चों को कक्षा के बाहर के जीवन में उपलब्ध संसाधनों को आधार बनाकर गणित की अवधारणाओं को स्पष्ट करने में सहायक होगी।

सतत एवं व्यापक मूल्यांकन के विचार को पाठ्यपुस्तक में सतत रूप से इस सोच के साथ पिरोया गया है कि मूल्यांकन सीखने -सिखाने की प्रक्रिया का हिस्सा है तथा सीखने की प्रक्रिया में सहायक है। आयु अधिक होने की वजह से इन बच्चों की मानसिक योग्यता, भाषाई कौशल तथा व्यवहारिक ज्ञान सामान्य बच्चों से अलग होता है। अतः इस पाठ्यपुस्तक के द्वारा सीखने-सीखाने का सर्वोत्तम तरीका यह हो सकता है कि बच्चों से उनके अनुभवों के बारे में सरल भाषा में बातचीत की जाए ताकि वे अपने अनुभवों को गणितीय दृष्टिकोण से समझ सकें।

पाठ्यपुस्तक में समाहित अवधारणाओं, कौशलों तथा अभिवृतियों का स्वरूप और स्तर का चयन, राष्ट्रीय पाठ्यचर्या रूपरेखा-2005 तथा राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान प्रशिक्षण परिषद् द्वारा विकसित कक्षावार पाठ्यक्रम तथा अधिगम प्रतिफल के आधार पर किया गया है। सीबीएसई एवं एनसीईआरटी ने सतत एवं व्यापक मूल्यांकन की जो अवधारणाएँ प्रस्तुत की हैं, उन्हीं को ध्यान में रखते हुए प्रस्तुत सामग्री का निर्माण किया गया है। यह संदर्शका अध्यापकों एवं हितधारकों के लिए उपयोगी हो सकती है जो न केवल शिक्षा की गुणवत्ता को बेहतर बनाने का प्रयास कर रहे हैं बल्कि विद्यार्थियों के समग्र व्यक्तित्व विकास में सक्रिय योगदान के लिए सैद्धांतिक दृष्टिकोण से समझ सकें।

इस सामग्री के निर्माण में संस्थान सहयोगियों का हृदय से आभारी है तथा सामग्री की गुणवत्ता बढ़ाने हेतु पाठकगणों एवं शिक्षाविदों से सुझावों का सैद्धांतिक दृष्टिकोण से सुनिश्चित रूप से लिया गया है।

लेखकगण

संरक्षक

श्री एच राजेश प्रसाद, प्रधान सचिव (शिक्षा) दिल्ली

श्री रजनीश सिंह, निदेशक, एस.सी.ई.आर.टी., दिल्ली

शैक्षिक सलाहकार

डॉ. नाहर सिंह, संयुक्त निदेशक, (शैक्षिक) एस.सी.ई.आर.टी., दिल्ली

पुस्तक निर्माण समिति

नोडल अधिकारी

डॉ. अनिल कुमार तेवतिया, प्रधानाचार्य, डॉ.आई.ई.टी., दिलशाद गार्डन

विषय समन्वयक

डॉ. अनिल कुमार तेवतिया, प्रधानाचार्य, डॉ.आई.ई.टी., दिलशाद गार्डन

लेखक समूह

डॉ. अनिल कुमार तेवतिया

डॉ. सत्यवीर सिंह

सचीव कुमार

डॉ. आर.पी. सिंह

आशुतोष कुमार अश्वताल

मुहम्मद नारिक

तरुण मव्वक़इ

असन चिंह

प्रदीप कुमार जैन

संजय अश्वताल

रितु सिंह

इन्दु चौधरी

सैयद अतहर हसन अहमद

प्रज्ञा रसोगी

प्रधानाचार्य, डॉ.आई.ई.टी., दिलशाद गार्डन, दिल्ली

प्रधानाचार्य, एस.एन.आई. कार्तिज, फिलाना

उप-प्रधानाचार्य, एस.बी. बल्कि बी.टी., शास्त्रीमार बाग

प्रवक्ता, आर.पी.बी.बी., गांधी नगर

प्रवक्ता, आर.पी.बी.बी., नन्द नगरी

प्रवक्ता, एस.बी.बी., झील खुरेना

प्रवक्ता, एस.बी.बी., सूरजमल बिहार

प्रवक्ता, एस.बी.बी., जनकपुरी

प्रवक्ता, आर.पी.बी.बी., राजनीवास मार्ग

टी.जी.टी., आर.पी.बी.बी., शास्त्रीमार बाग

टी.जी.टी., एस.के.बी., गोकलपुरी

टी.जी.टी., एस.के.बी. सी-1 युमना चिहार

टी.जी.टी., आर.पी.बी.बी., गांधी नगर

टी.जी.टी., जी.जी.एस.एस. खेलकम कॉलोनी

पुस्तक पुनरीक्षण समिति 2021-22

पुनरीक्षण नोडल अधिकारी

डॉ. चिंदु सवसेना

असिस्टेंट प्रोफेसर, एस.सी.ई.आर.टी., दिल्ली

विषय समन्वयक

डॉ. अनिल कुमार तेवतिया

प्रधानाचार्य, डॉ.आई.ई.टी., दिलशाद गार्डन, दिल्ली

समोक्षक समूह

डॉ. अनिल कुमार तेवतिया

डॉ. कुमुम भाटिया

डॉ. नीरा साध

अंजू पाठक

डॉ. सोनू गुप्ता

डॉ. गौरव

डॉ. प्रीति शर्मा

रीतू मैनी

डॉ. तपसा वर्मा

डॉ. सुरेन्द्र

भीनाश्की

नीता यानी

अमित कुमार

लवी अश्वताल

प्रधानाचार्य, डॉ.आई.ई.टी., दिलशाद गार्डन, दिल्ली

एसोसिएट प्रोफेसर, डॉ.आई.ई.टी., पितमपुरा, दिल्ली

असिस्टेंट प्रोफेसर, डॉ.आई.ई.टी., दिलशाद गार्डन, दिल्ली

असिस्टेंट प्रोफेसर, डॉ.आई.ई.टी., दरियागंज, दिल्ली

असिस्टेंट प्रोफेसर, एस.सी.ई.आर.टी., दिल्ली

असिस्टेंट प्रोफेसर, एस.सी.ई.आर.टी., कडकड़मा, दिल्ली

प्रवक्ता, डॉ.आई.ई.टी., मोतीबाग, दिल्ली

असिस्टेंट प्रोफेसर, एस.सी.ई.आर.टी., दिल्ली

असिस्टेंट प्रोफेसर, डॉ.आई.ई.टी., गजेन्द्र नगर, दिल्ली

असिस्टेंट प्रोफेसर, डॉ.आई.ई.टी., पितमपुरा, दिल्ली

असिस्टेंट प्रोफेसर, डॉ.आई.ई.टी., केशवपुरम, दिल्ली

असिस्टेंट प्रोफेसर, डॉ.आई.ई.टी., केशवपुरम दिल्ली

प्रवक्ता, डॉ.आई.ई.टी., पितमपुरा, दिल्ली

प्रकाशन प्रभारी

डॉ. मुकेश यादव, एस.सी.ई.आर.टी., दिल्ली

प्रकाशन समूह

श्री नवीन कुमार, एस.सी.ई.आर.टी., दिल्ली

सुश्री नेहा रिजबाना, बी.आर.पी. एस.सी.ई.आर.टी., दिल्ली

सुश्री राधा, एस.सी.ई.आर.टी., दिल्ली

सुश्री फोजिआ, बी.आर.पी., एस.सी.ई.आर.टी., दिल्ली

विषय-वस्तु का कक्षावार विभाजन

99999 तक की संख्याएँ	(कक्षा 6 के लिए)
बड़ी संख्याओं की जानकारी	(कक्षा 7 के लिए)
प्राकृत संख्याओं, पूर्ण संख्याओं एवं पूर्णांकों की जानकारी	(कक्षा 7 के लिए)
भिन्न	(कक्षा 6 के लिए)
दशमलव	(कक्षा 6 के लिए)
भिन्न और दशमलव	(कक्षा 7 के लिए)
गुणनखंड और गुणज	(कक्षा 6 तथा 7 के लिए)
अनुपात तथा प्रतिशत	(कक्षा 7 के लिए)
बीजगणित	(कक्षा 7 के लिए)
मापन की इकाइयाँ	(कक्षा 6 के लिए)
आकृतियों की पहचान/वर्गीकरण	(कक्षा 6 के लिए)
कोण	(कक्षा 6 के लिए)
प्रायोगिक ज्यामिति	(कक्षा 7 के लिए)
परिमाप और क्षेत्रफल	(कक्षा 6 के लिए)
क्षेत्रमिति	(कक्षा 7 के लिए)
चित्रों व संकेतों की सहायता से आँकड़ों का ज्ञान	(कक्षा 6 के लिए)
आँकड़ों का प्रबंधन	(कक्षा 7 के लिए)

अनुक्रम

अध्याय-1	99999 तक की संख्याएँ	1
अध्याय-2	बड़ी संख्याओं की जानकारी	15
अध्याय-3	प्राकृत संख्याओं, पूर्ण संख्याओं एवं पूर्णांकों की जानकारी	38
अध्याय-4	भिन्न	50
अध्याय-5	दशमलव	60
अध्याय-6	भिन्न और दशमलव	67
अध्याय-7	गुणनखंड और गुणज	81
अध्याय-8	अनुपात तथा प्रतिशत	95
अध्याय-9	बीजगणित	106
अध्याय-10	मापन की इकाइयाँ	119
अध्याय-11	आकृतियों की पहचान/वर्गीकरण	133
अध्याय-12	कोण	140
अध्याय-13	प्रायोगिक ज्यामिति	149
अध्याय-14	परिमाप और क्षेत्रफल	164
अध्याय-15	क्षेत्रमिति	173
अध्याय-16	चित्रों व संकेतों की सहायता से आँकड़ों का ज्ञान	178
अध्याय-17	आँकड़ों का प्रबंधन	186

x

1

अध्याय

99999 तक की संख्याएँ

इस पाठ से हम सीखेंगे

- चार अंकों की संख्याओं को जोड़ना तथा घटाना।
- चार अंकों की संख्याओं को दो अंकों की संख्या से गुणा करना।
- चार अंकों की संख्याओं को दो अंकों की संख्याओं से भाग करना।
- जोड़, घटा, गुणा तथा भाग का उपयोग दैनिक जीवन में आने वाली समस्याओं को हल करने में प्रयोग करना।

आवश्यक सामग्री

कागज, पेन, पेन्सिल तथा इसी प्रकार की अन्य वस्तुएँ।

चार अंकों की संख्याओं को जोड़ना

(1) राधिका के बचत खाते में ₹ 3000 हैं। उसने बचत खाते में ₹ 1700 और जमा करवाए। अब उसके बचत खाते में कितने रुपये हैं? इस प्रश्न का उत्तर ज्ञात करने के लिए हमें चार अंकों की संख्याओं को जोड़ना सीखना होगा।

राधिका के बचत खाते में कुल कितने रुपये हैं? इसके लिए हमें ₹ 3000 में ₹ 1700 और जोड़ने होंगे।

$$\begin{array}{r}
 3000 \\
 + 1700 \\
 \hline
 4700
 \end{array}
 \quad \text{या } 3000 + 1700 = 4700$$



राधिका के बचत खाते में कुल ₹ 4700 हैं।

(2) अमर बाजार जाकर एक मोबाइल फोन ₹ 2125 का खरीदता है, फिर वह अपने लिए एक घड़ी लेता है। जिसका मूल्य ₹ 1300 है। उसने कुल कितने रुपये खर्च किए? इसके लिए हमें इन संख्याओं का जोड़ ज्ञात करना होगा।

$$\begin{aligned}
 \text{कुल खर्च} &= \text{मोबाइल का मूल्य} + \text{घड़ी का मूल्य} \\
 &= 2125 + 1300 \\
 &= 3425
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 2125 \\
 + 1300 \\
 \hline
 3425
 \end{array}$$

अतः अमर ने कुल ₹ 3425 खर्च किए।

यदि अमर पहले घड़ी ₹ 1300 में खरीदता, तथा उसके बाद ₹ 2125 में मोबाइल फोन खरीदता तब उसके कितने रुपए खर्च होते? इसके लिए भी हमें इन संख्याओं का जोड़ ज्ञात करना होगा।

कुल खर्च = घड़ी का मूल्य + मोबाइल फोन का मूल्य

$$= 1300 + 2125$$

$$= 3425$$

या

$$\begin{array}{r} 1300 \\ + 2125 \\ \hline 3425 \end{array}$$



संख्याओं का योगफल उनके क्रम बदलने से नहीं बदलता।

हम देखते हैं दोनों स्थितियों में उत्तर बराबर है।

अमर को दोनों स्थितियों में ₹ 3425 खर्च करने पड़ेंगे।

आइए प्रयास करें : 2357, 3457 तथा 9789 का योगफल ज्ञात करो तथा उत्तर को शब्दों में लिखो।

$$\begin{array}{r} 2357 \\ 3457 \\ + 9789 \\ \hline \end{array}$$

संख्याओं का क्रम बदलने पर योगफल

$$\begin{array}{rcc} 3457 & 9789 & 3457 \\ 2357 & 2357 & 9789 \\ + 9789 & + 3457 & + 2357 \\ \hline 15603 & 15603 & 15603 \end{array}$$

उत्तर : 15603, अतः संख्याओं के क्रम को बदलने से इनके योगफल पर कोई अंतर नहीं पड़ता है।

उदाहरण : नगर निगम चुनाव में पहले उम्मीदवार रामनारायण को 3567 वोट मिले। दूसरे उम्मीदवार अंजलि को 1270 वोट मिले। तीसरे उम्मीदवार शागुप्ता को 1568 वोट मिले। चौथे उम्मीदवार विक्रम को 1000 वोट मिले। चुनाव में चारों उम्मीदवारों को कुल कितने वोट मिले?

उत्तर : कुल वोटों की संख्या ज्ञात करने के लिए हमें चारों उम्मीदवारों के वोटों का योग करना होगा।

$$\begin{aligned} \text{कुल वोट} &= \text{रामनारायण को मिले वोटों की संख्या} + \\ &\quad \text{अंजलि को मिले वोटों की संख्या} + \text{शागुप्ता को मिले वोटों की} \\ &\quad \text{संख्या} + \text{विक्रम को मिले कुल वोटों की संख्या} \\ &= 3567 + 1270 + 1568 + 1000 \end{aligned}$$

या

$$\begin{array}{r} 3567 \\ 1270 \\ 1568 \\ + 1000 \\ \hline 7405 \end{array}$$

उत्तर : अतः चुनाव में चार उम्मीदवारों को कुल 7405 वोट मिले।

उदाहरण : सीलमपुर में पुरुषों की संख्या 3570 है तथा महिलाओं की संख्या 3625 है। सीलमपुर में कुल जनसंख्या कितनी है?

उत्तर :

$$\begin{aligned}\text{कुल जनसंख्या} &= \text{पुरुषों की संख्या} + \text{महिलाओं की संख्या} \\ &= 3570 + 3625 \\ &\quad \begin{array}{r} 3\ 5\ 7\ 0 \\ +\ 3\ 6\ 2\ 5 \\ \hline 7\ 1\ 9\ 5 \end{array}\end{aligned}$$

उत्तर : कुल जनसंख्या = 7195

उदाहरण : सर्वोदय विद्यालय हरीनगर में तीन दिन के लिए विज्ञान मेले का आयोजन किया गया। पहले दिन 1225 विद्यार्थियों ने विज्ञान मेला देखा। दूसरे दिन और तीसरे दिन क्रमशः 1735 तथा 1890 विद्यार्थियों ने विज्ञान मेला देखा। इन तीन दिनों में कुल कितने विद्यार्थियों ने विज्ञान मेला देखा?

उत्तर : कुल विद्यार्थियों के संख्या ज्ञात करने के लिए हमें तीनों दिन के विद्यार्थियों की संख्या का योगफल ज्ञात करना होगा।

$$\begin{aligned}\text{विज्ञान मेला देखने वाले कुल विद्यार्थियों की संख्या} &= \text{पहले दिन विज्ञान मेला देखने वाले विद्यार्थियों की संख्या} + \\ &\quad \text{दूसरे दिने विज्ञान मेला देखने वाले विद्यार्थियों की संख्या} + \\ &\quad \text{तीसरे दिन विज्ञान मेला देखने वाले विद्यार्थियों की संख्या} \\ &= 1225 + 1735 + 1890 \\ &\quad \begin{array}{r} 1\ 2\ 2\ 5 \\ 1\ 7\ 3\ 5 \\ +\ 1\ 8\ 9\ 0 \\ \hline 4\ 8\ 5\ 0 \end{array}\end{aligned}$$

उत्तर : कुल 4850 विद्यार्थियों ने मेला देखा।

जमा से सम्बन्धित कुछ महत्वपूर्ण तथ्य

- यदि हम किसी भी संख्या में 0 को जोड़ते हैं, तो उत्तर वही संख्या रहती है।

$$15 + 0 = 15$$

$$1120 + 0 = 1120$$

- यदि हम किसी संख्या में 1 जोड़ते हैं तो उत्तर अगली संख्या होती है-

$$80 + 1 = 81$$

$$99 + 1 = 100$$

- दो संख्याओं का जोड़ उन संख्याओं के क्रम बदलने पर नहीं बदलता-

$$3000 + 1600 = 1600 + 3000$$

$$18 + 100 + 249 = 100 + 249 + 18$$

आड़ाए प्रयास करें

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति करो।

$$(i) 5221 + 1729 = + 5221$$

$$(ii) 5265 + 0 =$$

$$(iii) 999 + 1 =$$

$$(iv) 1271 + = 1271$$

$$(v) 3261 + 465 + 1219 = 1219 + 465 +$$

$$(vi) 780 + = 1000$$

$$(vii) 2732 + = 5300 + 2732$$

$$(viii) 2400 + 1600 =$$

$$(ix) 5000 + 3000 + 2000 =$$

$$(x) 999 + = 1000$$

चार अंकों की संख्याओं को घटाना

(1) राधिका के बचत खाते में ₹ 8500 जमा हैं। उसे एक मोबाइल फोन खरीदने के लिए ₹ 3500 की आवश्यकता है, इसलिए उसने अपने बचत खाते में से ₹ 3500 निकाल लिए। अब उसके बचत खाते में कितने रुपये शेष हैं? इस प्रश्न का उत्तर जानने के लिए हमें चार अंकों की संख्याओं को घटाना सीखना होगा।

$$\begin{array}{r} 8\ 5\ 0\ 0 \\ - 3\ 5\ 0\ 0 \\ \hline 5\ 0\ 0\ 0 \end{array}$$

राधिका के बचत खाते में ₹ 5000 शेष बचेंगे।

(2) मनोहर के पास ₹ 5000 हैं। उसे एक फ्रिज खरीदना है। जिसका मूल्य ₹ 9500 है। उसे फ्रिज खरीदने के लिए और कितने रुपयों की आवश्यकता होगी? इसके लिए हमें ₹ 9500 में से ₹ 5000 को घटाना होगा।

$$\begin{array}{r} 9\ 5\ 0\ 0 \\ - 5\ 0\ 0\ 0 \\ \hline 4\ 5\ 0\ 0 \end{array}$$

मनोहर को ₹ 4500 की आवश्यकता पड़ेगी।

उत्तर की जाँच :

$$\begin{array}{r}
 5000 \\
 +4500 \\
 \hline
 9500
 \end{array}$$

मनोहर के ₹ 5000 हैं यदि उसमें ₹ 4500 और जोड़ दें, तो वह फ्रिज के मूल्य के बराबर हो जाएँगे।

उदाहरण : 3831 तथा 1319 में अन्तर ज्ञात करो? अन्तर को शब्दों में लिखो।

उत्तर : अन्तर ज्ञात करने के लिए हम छोटी संख्या को बड़ी संख्या में से घटा देते हैं।

$$\begin{array}{r}
 \text{बड़ी संख्या} & 3831 \\
 -\text{छोटी संख्या} & -1319 \\
 \hline
 & 2512
 \end{array}$$

हम बड़ी संख्या को ऊपर लिखेंगे तथा छोटी संख्या को नीचे लिखेंगे।

उत्तर : 2512 (दो हजार पाँच सौ बारह)

उत्तर की जाँच :

अगर हम उत्तर में छोटी संख्या को जोड़ दें तो हमें बड़ी संख्या प्राप्त होगी।

$$\begin{array}{r}
 2512 \\
 +1319 \\
 \hline
 3831
 \end{array}$$

उदाहरण : एक दुकानदार की जनवरी महीने की आमदनी ₹ 5219 है तथा फरवरी महीने की आमदनी ₹ 6252 है।

(क) दुकानदार की दोनों महीनों की कुल आमदनी कितनी होगी?

(ख) किस महीने में दुकानदार की आमदनी अधिक है? यह भी ज्ञात करो कि आमदनी कितनी अधिक है?

उत्तर : (क) कुल आमदनी ज्ञात करने के लिए हमें दोनों महीने की आमदनी का योग ज्ञात करना होगा।

$$\begin{aligned}
 \text{कुल आमदनी} &= \text{जनवरी महीने की आमदनी} + \text{फरवरी महीने की आमदनी} \\
 &= 5219 + 6252
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 5219 \\
 +6252 \\
 \hline
 11471
 \end{array}$$

कुल आमदनी ₹ 11471 होगी।

(ख) दुकानदार की फरवरी महीने की आमदनी अधिक है। आमदनी कितनी अधिक है यह ज्ञात करने के लिए हमें फरवरी महीने की आमदनी में से जनवरी महीने की आमदनी को घटाना होगा।

$$\begin{array}{r}
 6252 \\
 -5219 \\
 \hline
 1033
 \end{array}$$

उत्तर की जाँच

$$\begin{array}{r}
 1033 \\
 + 5219 \\
 \hline
 6252 \quad \text{उत्तर सही है।}
 \end{array}$$

उत्तर : दुकानदार की फरवरी महीने में आमदनी ₹ 1033 अधिक है।

उदाहरण : वर्ष 2011 में दिल्ली सरकार ने 5732 विद्यार्थियों को छात्रवृत्ति प्रदान की। वर्ष 2012 में 9971 विद्यार्थियों को छात्रवृत्ति प्रदान की। किस वर्ष अधिक विद्यार्थियों को छात्रवृत्ति प्रदान की गई और कितने अधिक विद्यार्थियों को छात्रवृत्ति प्रदान की गई?

उत्तर : संख्या 9971 संख्या 5732 से ज्यादा है। इसलिए वर्ष 2012 में दिल्ली सरकार ने अधिक विद्यार्थियों को छात्रवृत्ति प्रदान की।

अब हम 9971 में से 5732 को घटाएँगे।

$$\begin{array}{r}
 9971 \\
 - 5732 \\
 \hline
 4239
 \end{array}$$

वर्ष 2012 में 4239 अधिक विद्यार्थियों को छात्रवृत्ति मिली।

हम उत्तर की जाँच भी कर सकते हैं।

$$\begin{array}{r}
 5732 \\
 + 4239 \\
 \hline
 9971
 \end{array}$$

अभ्यास प्रश्न-1.1

- एक सर्वोदय विद्यालय में 1213 लड़के तथा 1352 लड़कियाँ पढ़ती हैं। विद्यालय में विद्यार्थियों की कुल संख्या ज्ञात करो? यह भी ज्ञात करो लड़कियों की संख्या लड़कों की संख्या से कितनी अधिक है?
- उत्तराखण्ड बाद आपदा में पहले दिन सेना के जवानों ने 1215 लोगों को बचाया। दूसरे दिन 1300 लोगों को बचाया तथा तीसरे दिन 3590 लोगों को बचाया। सेना के जवानों ने कुल कितने लोगों को बचाया?
- एक पाँच दिवसीय क्रिकेट मैच में पहले दिन 9655 दर्शकों ने खेल देखा। दूसरे दिन 8555 दर्शकों ने खेल देखा। तीसरे और चौथे दिन बारिश के कारण खेल नहीं हो पाया। पाँचवें दिन 1251 दर्शकों ने खेल देखा। बताइए कुल कितने दर्शकों ने खेल को देखा?
- वर्ष 2011 में गाँव ककरौला की जनसंख्या 9455 थी। वर्ष 2013 में जनसंख्या में 5270 की वृद्धि हो गई है। वर्ष 2013 में इस गाँव की कुल जनसंख्या ज्ञात करो?
- एक खिलाड़ी अब तक 7280 रन बना चुका है। उसे 10,000 (दस हजार) रन बनाने के लिए और कितने रन बनाने होंगे?
- नगर निगम के चुनाव में सफल प्रत्याशी को 8963 वोट मिले तथा हारने वाले प्रत्याशी को 7893 वोट मिले। सफल प्रत्याशी ने कितने अधिक वोटों से चुनाव जीता?
- अंक 3, 7, 8, 9 का केवल एक बार प्रयोग करके सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या ज्ञात करो तथा इनका अंतर भी ज्ञात करो?

8. एक कार बनाने वाली कम्पनी ने वर्ष 2011 में 5735 कारें बनाई तथा वर्ष 2012 में 3799 कारें बनाई। दोनों वर्षों में कम्पनी ने कुल कितनी कारें बनाई? किस वर्ष कम्पनी ने अधिक कारें बनाई और कितनी अधिक बनाई?
9. मीरा के पास 9365 रुपये थे। उसने 2315 रुपये उत्तराखण्ड के बाढ़ पीड़ितों की सहायता के लिए प्रधानमंत्री राहत कोष में दान कर दिए। ज्ञात कीजिए अब उसके पास कितने रुपये बचे हैं?
10. संख्या 3725 में क्या जोड़े कि हमें संख्या 7935 प्राप्त हो जाए?
11. एक मशीन एक महीने में 3715 बल्ब बनाती है। परन्तु इसमें से 1935 बल्ब खराब थे। ज्ञात कीजिए मशीन ने कितने सही बल्ब बनाए?

संख्याओं को गुणा करना

(1) राधिका अपने बचत खाते में हर महीने ₹ 5000 जमा करवाती है। ऐसा उसने 12 महीने तक किया। 12 महीने के पश्चात उसके बचत खाते में कुल कितने रुपये हो जाएँगे?

इस प्रश्न का उत्तर ज्ञात करने के लिए हमें 5000 को 12 बार जमा करना होगा।

$$5000 + 5000 + 5000 + 5000 + 5000 + 5000 + 5000 + 5000 + 5000 + 5000 + 5000 + 5000$$

परन्तु यह कार्य थोड़ा कठिन है हम इस प्रश्न का उत्तर गुणा की सहायता से भी ज्ञात कर सकते हैं :

$$\begin{array}{r}
 5 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 \times \ 1 \ 2 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \quad \leftarrow 5000 \times 2 \\
 5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \quad \leftarrow 5000 \times 10 \ (5000 \times 1 \text{ दहाई}) \\
 \hline
 6 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0
 \end{array}$$

बारह महीने के बाद राधिका के पास ₹ 60000 होंगे।

(2) अविनाश एक दिहाड़ी मजदूर है उसे हर रोज 315 रुपये मिलते हैं। यदि उसने जनवरी महीने में 25 दिन काम किया तो उसने जनवरी महीने में कितने रुपये कमाए। हमें अविनाश की जनवरी के महीने की कमाई का हिसाब लगाना है। तो हमें 315 को 25 बार जमा करना होगा। परन्तु यह कार्य कठिन है।

हमें 315 को 25 से गुणा करने की जरूरत पड़ेगी।

$$\begin{array}{r}
 3 \ 1 \ 5 \\
 \times \ 2 \ 5 \\
 \hline
 1 \ 5 \ 7 \ 5 \quad \leftarrow 315 \times 5 \\
 6 \ 3 \ 0 \ 0 \quad \leftarrow 315 \times 20 \\
 \hline
 7 \ 8 \ 7 \ 5
 \end{array}$$

अविनाश जनवरी में ₹ 7875 कमाएगा।

उदाहरण : 9113 को 12 से गुणा कीजिए।

$$\begin{array}{r}
 9 \ 1 \ 1 \ 3 \\
 \times \ 1 \ 2 \\
 \hline
 1 \ 8 \ 2 \ 2 \ 6 \quad \leftarrow 9113 \times 2 \\
 9 \ 1 \ 1 \ 3 \ 0 \quad \leftarrow 9113 \times 10 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 9 \ 3 \ 5 \ 6
 \end{array}$$

गुणा से सम्बन्धित कुछ महत्वपूर्ण तथ्य

- यदि हम किसी संख्या को '0' से गुणा करते हैं तो गुणनफल हमेशा शून्य ही रहता है।

$$3118 \times 0 = 0$$

$$9999 \times 0 = 0$$

- यदि हम किसी संख्या को '1' से गुणा करते हैं तो संख्या का मान नहीं बदलता है।

$$9999 \times 1 = 9999$$

$$1801 \times 1 = 1801$$

- दो संख्याओं का गुणनफल उन संख्याओं के क्रम बदलने पर नहीं बदलता।

$$\text{उदाहरण} \quad 8 \times 6 = 48$$

$$6 \times 8 = 48$$

- अगर संख्याएँ दो से ज्यादा हों तब भी उनके क्रम बदलने से परिणाम नहीं बदलता।

- कई बार संख्याओं के क्रम को बदलने के पश्चात गुणनफल ज्ञात करने में आसानी होती है।

$$\text{उदाहरण : } 2 \times 9999 \times 5$$

यदि हम इनका क्रम $2 \times 5 \times 9999$ करें तो परिणाम ज्ञात करने में आसानी होगी।

$$2 \times 5 \times 9999$$

$$10 \times 9999 = 99990$$

अगर हमें किसी संख्या को 10, 100 या 1000 से गुणा करना है तो इस संक्रिया को हम पेन या पेन्सिल का उपयोग किए बिना भी कर सकते हैं।

उदाहरण : (i) $3735 \times 10 = 37350$

हम संख्या 3725 के इकाई अंक के दाहिने तरफ एक '0' और लगा देंगे।

(ii) $1537 \times 100 = 153700$

हम संख्या 1537 के इकाई अंक के दाहिने तरफ दो '0' और लगा देंगे।

(iii) $1537 \times 1000 = 1537000$

हम संख्या 1537 के इकाई अंक के दाहिने तरफ तीन '0' और लगा देंगे।

आइए प्रयास करें

रिक्त स्थानों की पूर्ति करो :

(i) $1782 \times 1 = \dots$

(ii) $1529 \times 10 = \dots$

(iii) $1525 \times 16 = 16 \times \dots$

(iv) $77 \times 58 \times 15 = 15 \times 58 \times \dots$

(v) $1516 \times \dots = 15160$

(vi) $1729 \times \dots = 0$

(vii) $9999 \times \dots = 9999$

(viii) $1785 \times \dots = 15 \times 1785$

(ix) $25 \times 4 \times 1789 = 1789 \times \dots \times 25$

(x) $1909 \times 0 = \dots$

उदाहरण : एक कंपनी 1 लीटर पानी की बोतल ₹ 12 में बेचती है। एक दुकानदार 240 बोतलें खरीदता है। दुकानदार को कितने रुपये देने होंगे?

उत्तर : 1 लीटर पानी की बोतल का मूल्य = ₹ 12

बोतलों की संख्या = 240

दुकानदार को 240×12 रुपए चुकाने होंगे :

$$\begin{array}{r} 2\ 4\ 0 \\ \times\ 1\ 2 \\ \hline 4\ 8\ 0 \\ 2\ 4\ 0\ 0 \\ \hline 2\ 8\ 8\ 0 \end{array}$$

उत्तर : दुकानदार को ₹ 2880 देने होंगे।

उदाहरण : एक किसान 1 लीटर दूध ₹ 32 रुपए में बेचता है। एक महीने में वह 210 लीटर दूध बेचता है। एक महीने में वह कितना कमाता है?

उत्तर : 1 लीटर दूध की कीमत = ₹ 32

एक महीने में वह ₹ 210×32 कमाएगा।

$$\begin{array}{r} 2\ 1\ 0 \\ \times\ 3\ 2 \\ \hline 4\ 2\ 0 \\ 6\ 3\ 0\ 0 \\ \hline 6\ 7\ 2\ 0 \end{array}$$

उत्तर : किसान एक महीने में ₹ 6720 कमाएगा।

उदाहरण : सतीश एक कारखाने में काम करता है। उसे एक दिन के लिए ₹ 275 दिए जाते हैं। अगर वह 52 दिन काम करे तो वह कितना कमाएगा?

उत्तर : सतीश 275×52 रुपए कमाएगा।

$$\begin{array}{r} 2\ 7\ 5 \\ \times\ 5\ 2 \\ \hline 5\ 5\ 0 \\ 1\ 3\ 7\ 5\ 0 \\ \hline 1\ 4\ 3\ 0\ 0 \end{array}$$

उत्तर : सतीश ₹ 14300 कमाएगा।

उदाहरण : एक मशीन एक दिन में 1235 पेंच बनाती है। जनवरी 2013 में इस मशीन ने कितने पेंच बनाए?

उत्तर : जनवरी 2013 में 31 दिन होंगे।

अतः मशीन जनवरी 2013 में 1235×31 पेंच बनाएगी।

$$\begin{array}{r}
 1\ 2\ 3\ 5 \\
 \times\ 3\ 1 \\
 \hline
 1\ 2\ 3\ 5 \\
 3\ 7\ 0\ 5\ 0 \\
 \hline
 3\ 8\ 2\ 8\ 5
 \end{array}$$

उत्तर : मशीन कुल 38285 पेंच बनाएगी।

उदाहरण : एक व्यापारी के पास ₹ 17000 थे। उसने 15 मोबाइल फोन का ऑर्डर दिया तथा प्रत्येक मोबाइल फोन की कीमत ₹ 1125 थी। इस खरीददारी के पश्चात उसके पास कितनी धन राशि बची?

उत्तर : व्यापारी को 15 मोबाइल फोन खरीदने के लिए ₹ 1125×15 धन राशि की आवश्यकता होगी।

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 2\ 5 \\
 \times\ 1\ 5 \\
 \hline
 5\ 6\ 2\ 5 \\
 1\ 1\ 2\ 5\ 0 \\
 \hline
 1\ 6\ 8\ 7\ 5
 \end{array}$$

शेष धन राशि ज्ञात करने के लिए हमें ₹ 17000 में ₹ 16875 घटाने होंगे।

$$\begin{array}{r}
 1\ 7\ 0\ 0\ 0 \\
 -\ 1\ 6\ 8\ 7\ 5 \\
 \hline
 0\ 0\ 1\ 2\ 5
 \end{array}$$

उत्तर : उसके पास ₹ 125 शेष बचेंगे।

अभ्यास प्रश्न-1.2

- संख्याओं को पुनः व्यवस्थित कर गुणा करो :
 - $2 \times 8719 \times 5$
 - $4 \times 8719 \times 25$
- एक कारखाने में प्रतिदिन 2975 बल्बों का उत्पादन किया जाता है। कारखाना जनवरी महीने में 23 दिन उत्पादन के लिए खुला है। ज्ञात कीजिए कारखाने में कितने बल्बों का उत्पादन संभव हो सकेगा?
- एक शहर में समाचार पत्र की एक प्रति में 24 पृष्ठ होते हैं। प्रतिदिन इस समाचार पत्र की 4500 प्रतियाँ छपती हैं। प्रतिदिन सभी प्रतियाँ के लिए कितने पृष्ठ छपते हैं?
- एक बगीचे में 1508 आम के पेड़ हैं। एक पेड़ से औसतन 35 आम मिलते हैं। ज्ञात कीजिए 1508 पेड़ों से हमें कुल कितने आम मिलेंगे?
- 4, 3, 2 और 7 अंकों का एक बार उपयोग करके चार अंकों की सबसे बड़ी संख्या लिखो। उस संख्या को 25 से गुणा करो।
- एक टेलीविजन का मूल्य ₹ 9575 है। मनोहर 17 टेलीविजन खरीदना चाहता है। मनोहर को 17 टेलीविजन खरीदने के लिए कितने रुपयों की आवश्यकता पड़ेगी?

7. एक किलो बेसन से 28 लड्डू बनते हैं। जात कीजिए 112 किलो बेसन से कितने लड्डू बनेंगे?

संख्याओं को भाग करना

(1) राधिका ने अपने दोस्त से ₹ 3048 उधार लिए और उसने अपने दोस्त से बायदा किया कि वह अगले 12 महीने में बराबर-बराबर किश्तों में हर महीने रुपए वापिस कर देगी। राधिका को हर महीने कितने रुपए चुकाने होंगे? यदि राधिका हर महीने ₹ 250 अपने दोस्त को देती है। तो वह 12 महीने में $12 \times 250 = 3000$ रुपए ही चुका पाएगी। यदि वह ₹ 300 चुकाती है। तो वह दसवें महीने तक ₹ 3000 चुका देगी तथा ग्यारहवें महीने में उसे ₹ 48 और चुकाने होंगे। हमें सही उत्तर प्राप्त करने के लिए 3048 को 12 से भाग करना पड़ेगा।

$$3048 \div 12$$

$$\begin{array}{r} \text{भाजक} \rightarrow 12 \overline{)3\ 0\ 4\ 8} (254 \rightarrow \text{भागफल} \\ -24 \\ \hline 0\ 6\ 4 \\ -6\ 0 \\ \hline 4\ 8 \\ -4\ 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

राधिका को हर महीने ₹ 254 चुकाने होंगे।

उत्तर की जाँच करना

$$\text{भाज्य} = \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेष}$$

$$3048 = 12 \times 254 + 0$$

$$3048 = 3048$$

भाग देने की प्रक्रिया

$$\text{भाजक}) \quad \text{भाज्य} (\text{भागफल}$$

$$\begin{array}{r} \text{भाज्य} \\ \hline \text{शेष} \end{array}$$

$$\text{भाज्य} = \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेष}$$

(2) 1925 बच्चे पिकनिक पर जाना चाहते हैं। एक मिनी बस में सिर्फ 25 बच्चे ही एक साथ जा सकते हैं। हमें कुल कितनी बसों की जरूरत पड़ेगी?

हमें सही उत्तर प्राप्त करने के लिए 1925 को 25 से भाग करना पड़ेगा।

$$\begin{array}{r} \text{भाजक} \rightarrow 25) \quad 1\ 9\ 2\ 5 (77 \rightarrow \text{भागफल} \\ -1\ 7\ 5 \\ \hline 1\ 7\ 5 \\ -1\ 7\ 5 \\ \hline 0\ 0 \quad \rightarrow \text{शेषफल} \end{array}$$



उत्तर की जाँच

$$\begin{aligned}
 \text{भाज्य} &= \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेष} \\
 &= 77 \times 25 + 0 \\
 &= 1925 + 0 \\
 &= 1925
 \end{aligned}$$

उदाहरण : 1024 को 12 से भाग करो।

$$\begin{array}{r}
 \text{भाजक} \rightarrow 12) \overline{1024} \quad (85 \rightarrow \text{भागफल} \\
 - 96 \\
 \hline
 064 \\
 60 \\
 \hline
 04 \rightarrow \text{शेषफल}
 \end{array}$$

उत्तर की जाँच

$$\begin{aligned}
 \text{भाज्य} &= \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेष} \\
 &= 12 \times 85 + 4 \\
 &= 1020 + 4 \\
 &= 1024
 \end{aligned}$$

भाग से सम्बन्धित कुछ महत्वपूर्ण तथ्य

- किसी संख्या ('0' को छोड़कर) को स्वयं उसी संख्या से भाग देने पर भागफल सदैव '1' प्राप्त होता है।
 $9999 \div 9999 = 1$
- यदि हम किसी संख्या को '1' से भाग करते हैं तो हमें वही संख्या दुबारा प्राप्त होती है।
 $15 \div 1 = 15$
- किसी भी संख्या को '0' से भाग नहीं किया जा सकता है।

5. रिक्त स्थानों की पूर्ति करो :

- $1751 \div 1751 = \dots$
- $1339 \div 1 = \dots$
- $35 \div \dots = 1$
- $19350 \div 10 = \text{भागफल} \dots \text{शेष} \dots$

उदाहरण :

$12 \div 4 = 3$ (यदि हम 4 को 3 से गुणा करें तो 12 प्राप्त होता है)

$12 \div 0 =$ परिणाम संभव नहीं होगा हमारे पास कोई भी संख्या नहीं है जिसे हम '0' से गुणा करे तो 12 आ जाए।

उदाहरण : 50 किलो आलू की कीमत ₹ 1250 है तो 1 किलो आलू की कीमत क्या होगी?

1 किलो आलू की कीमत ज्ञात करने के लिए हमें ₹ 1250 को 50 से भाग करना पड़ेगा।

$$\begin{array}{r} 50) \overline{1250}(25 \\ 100 \\ \hline 250 \\ 250 \\ \hline 00 \end{array}$$

उत्तर : 1 किलो आलू की कीमत ₹ 25 होगी

उदाहरण : एक अभ्यास पुस्तिका में 75 पृष्ठ हैं। अभ्यास पुस्तिकाएँ बनाने के लिए हमारे पास 9375 पृष्ठ उपलब्ध हैं।

उपलब्ध कागज से कितनी अभ्यास पुस्तिकाएँ बनाई जा सकती हैं?

उत्तर : 75 पृष्ठ से एक अभ्यास पुस्तिका बनती है। $9375 \div 75$ अभ्यास पुस्तिकाएँ बनेगी।

अर्थात हमें 9375 को 75 से भाग करना पड़ेगा।

$$\begin{array}{r} 75) \overline{9375}(125 \\ 75 \\ \hline 187 \\ 150 \\ \hline 375 \\ 375 \\ \hline 00 \end{array}$$

उत्तर : 125 अभ्यास पुस्तिकाएँ बनाई जा सकती हैं।

उदाहरण : चार अंकों की बड़ी संख्या ज्ञात करो। जो 18 से पूर्णतया विभाजित हो जाती है?

उत्तर : चार अंकों से सबसे बड़ी संख्या = (9999)

$$\begin{array}{r} 18) \overline{9999}(555 \\ 90 \\ \hline 99 \\ 90 \\ \hline 99 \\ 90 \\ \hline 9 \end{array}$$

संख्या 9999 को 18 से भाग देने पर 9 शेष बचता है यदि हम 9999 में से 9 घटा दें तो संख्या '18' से पूर्ण रूप से विभाजित हो जाएगी। $9999 - 9 = 9990$

उत्तर: 9990

उदाहरण : संख्या 1000 में कौन-सी छोटी से छोटी संख्या जोड़े कि प्राप्त संख्या 18 से पूर्णतया विभाजित हो जाए?

उत्तर :

$$\begin{array}{r} 18) \overline{1000}(55 \\ 90 \\ \hline 100 \\ 90 \\ \hline 10 \end{array}$$

यदि हम संख्या में 8 जोड़े तो संख्या पूर्ण रूप से 18 से विभाजित हो जाएगी।

$$1000 + 8 = 1008$$

उत्तर : 1008

अभ्यास प्रश्न-1.3

1. 552 सेबों को डिब्बों में पैक करना है। अगर एक डिब्बे में 12 सेब आते हैं, तो कितने डिब्बों की जरूरत पड़ेगी?
2. 836 लोग एक हॉल में फिल्म देख रहे हैं। अगर हॉल में सीटों की 22 कतारें हैं तो कतार में कितने लोग बैठ सकते हैं?
3. एक ड्रम में 2025 लीटर पानी भरा है। ज्ञात कीजिए 25 लीटर वाली कितनी बाल्टियाँ भरी जा सकती हैं?
4. भागफल तथा शेषफल ज्ञात करो। उत्तर की जाँच कीजिए :
 - (i) $6584 \div 28$
 - (ii) $3360 \div 15$
5. एक तार की लम्बाई 1725 cm है हम इसमें से 15 cm लम्बाई वाले कितने तार के टुकड़े काट सकते हैं?
6. चार अंकों की छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जो 19 से पूर्ण रूप से विभाजित हो जाए?
7. 1280 में कौन-सी छोटी से छोटी संख्या जोड़े कि वह 25 से भाग हो जाए?
8. 50 kg चावल की बोरी की कीमत ₹2500 है तो 1 kg चावल की कीमत क्या होगी?

उत्तरमाला

अभ्यास प्रश्न-1.1

- | | | |
|---------------------|--------------------------|----------|
| 1. 2565, 139 | 2. 6105 | 3. 19461 |
| 4. 14725 | 5. 2720 | 6. 1070 |
| 7. 9873, 3789, 6084 | 8. 9534, वर्ष 2011, 1936 | 9. 7050 |
| 10. 4210 | 11. 1780 | |

अभ्यास प्रश्न-1.2

- | | | |
|-----------------|-------------|----------|
| 1. (i) 87190 | (ii) 871900 | |
| 2. 68425 | 3. 108000 | 4. 52780 |
| 5. 7432; 185800 | 6. 162775 | |
| 7. 3136 | | |

अभ्यास प्रश्न-1.3

- | | | |
|------------------------|----------------------|-------|
| 1. 46 | 2. 38 | 3. 81 |
| 4. (i) भागफल 235 शेष 4 | (ii) भागफल 224 शेष 0 | |
| 5. 115 | 6. 1007 | 7. 20 |
| 8. 50 | | |

2

अध्याय

बड़ी संख्याओं की जानकारी

इस पाठ से हम सीखेंगे

- दस करोड़ तक की संख्याओं को पढ़ना व शब्दों में लिखना।
- पाँच अंकों वाली संख्याओं की जोड़ व घटा का दैनिक जीवन में आने वाली समस्याओं को हल करने में प्रयोग करना।
- हिन्दू-अरेबिक संख्याओं को रोमन व रोमन संख्याओं को हिन्दू-अरेबिक में लिखना।
- गुणा और भाग का उपयोग दैनिक जीवन में आने वाली कठिनाइयों को हल करने में प्रयोग करना
- सम-विषम तथा भाज्य-अभाज्य संख्याओं के बारे में जानना।

आवश्यक सामग्री

खबर, पेन, पेन्सिल, माचिस की तीलियाँ तथा इसी प्रकार की अन्य वस्तुएँ।

आइए चर्चा करें

हम संख्याओं का उपयोग वस्तुओं को गिनने में करते हैं। एक स्कूल के विद्यार्थियों की संख्या गिनने के लिए हमें चार अंकों तक की संख्या का उपयोग करना पड़ेगा। यदि हमें भारत देश की जनसंख्या बतानी है तो हमें एक बहुत बड़ी संख्या की आवश्यकता होगी। अब हम बड़ी संख्याओं को पढ़ने तथा शब्दों में लिखने का तरीका सीखेंगे।

हम कुछ संख्यायें लेते हैं, इन्हें हम आसानी से लिख व पढ़ सकते हैं।

उदाहरण $75 = 7 \times 10 + 5 =$ पिचहतर

अगर हम एक तीन अंकों की संख्या लेते हैं।

उदाहरण $375 = 3 \times 100 + 7 \times 10 + 5 =$ तीन सौ पिचहतर

यहाँ पाँच इकाई के स्थान पर है सात दहाई के स्थान पर है तथा '3' सैकड़े के स्थान पर है।

अगर हम चार अंकों की संख्या लेते हैं

उदाहरण $8375 = 8 \times 1000 + 3 \times 100 + 7 \times 10 + 5 =$ आठ हजार तीन सौ पिचहतर

यहाँ इकाई के स्थान पर 5, दहाई के स्थान पर 7, सैकड़े के स्थान पर 3 तथा हजार के स्थान पर 8 है।

हम इस प्रक्रिया को पाँच अंकों की संख्या के लिए भी उपयोग में ला सकते हैं।

$48375 = 4 \times 10000 + 8 \times 1000 + 3 \times 100 + 7 \times 10 + 5 =$ अड़तालीस हजार तीन सौ पिचहतर

यहाँ पर इकाई के स्थान पर 5, दहाई के स्थान पर सात, सैकड़े के स्थान पर 3, हजार के स्थान पर आठ तथा दस हजार के स्थान पर 4 है।

अब हम छः अंकों की एक संख्या लेते हैं।

$148375 = 1 \times 100000 + 4 \times 10000 + 8 \times 1000 + 3 \times 100 + 7 \times 10 + 5$

यहाँ इकाई के स्थान पर '5', दहाई के स्थान पर '7', सौ के स्थान पर '3', हजार के स्थान पर 8, दस हजार के स्थान पर 4 तथा लाख के स्थान '1' है।

इस संख्या का नाम होगा : एक लाख अड़तालीस हजार तीन सौ पिचहतर

संख्या	प्रसारित रूप	संख्या का नाम
75	$7 \times 10 + 5$	पिचहतर
375	$3 \times 100 + 7 \times 10 + 5$	तीन सौ पिचहतर
8375	$8 \times 1000 + 3 \times 100 + 7 \times 10 + 5$	आठ हजार तीन सौ पिचहतर
48375	$4 \times 10000 + 8 \times 1000 + 3 \times 100 + 7 \times 10 + 5$	अड़तालीस हजार तीन सौ पिचहतर
148375	$1 \times 100000 + 4 \times 10000 + 8 \times 1000 + 3 \times 100 + 7 \times 10 + 5$	एक लाख अड़तालीस हजार तीन सौ पिचहतर

कुछ और बड़ी संख्याएँ

(i) पाँच अंकों की सबसे बड़ी संख्या 99999 है। हम इसमें '1' जोड़े तो यह संख्या 1 लाख हो जाती है। 1 लाख छः अंकों की सबसे छोटी संख्या है।

$$99999 + 1 = 100,000 \text{ (एक लाख)}$$

(ii) छः अंकों की सबसे बड़ी संख्या 999999 है। हम इसमें '1' जोड़े तो हमें सात अंकों की सबसे छोटी संख्या प्राप्त होगी। उसे हम दस लाख कहेंगे।

$$99999 + 1 = 1000000 \text{ (दस लाख)}$$

इस प्रकार सात अंकों की सबसे बड़ी संख्या '9999999' है। यदि हम इसमें '1' जोड़ दें तो हमें आठ अंकों की सबसे छोटी संख्या प्राप्त होगी। उसे हम '1' करोड़ कहते हैं।

$$9 + 1 = 10 \text{ (दस)}$$

$$99 + 1 = 100 \text{ (सौ)}$$

$$999 + 1 = 1000 \text{ (हजार)}$$

$$9999 + 1 = 10000 \text{ (दस हजार)}$$

$$99999 + 1 = 100000 \text{ (एक लाख)}$$

$$999999 + 1 = 1000000 \text{ (दस लाख)}$$

$$9999999 + 1 = 10000000 \text{ (एक करोड़)}$$

अब हम कुछ और बड़ी संख्या को लिखते हैं और उन्हें पढ़ने की कोशिश करते हैं :

(क) 123789 (ख) 4035473

(ग) 162700376 (घ) 13751615

हम देखते हैं कि हमें इन संख्याओं को पढ़ने में कुछ कठिनाई हो रही है। हम उन संख्याओं को पढ़ने के लिए कुछ संकेतों (indicators) का उपयोग करेंगे, जिससे हम संख्याओं को आसानी से पढ़ या लिख सकेंगे।

उदाहरण :

	करोड़	लाख	लाख	हजार	हजार	हजार	हजार	करोड़	
	Cr	TL	L	TTh	Th	H	T	O	
15, 32, 743		1	5		3	2	7	4	3
6, 22, 75, 829	6	2	2		7	5	8	2	9

पन्द्रह लाख बत्तीस हजार सात सौ तैतालीस
छः करोड़ बाईस लाख पिचहतर हजार आठ सौ उनतीस

हम देखते हैं पहला अल्प विराम दाएँ से चलते हुए तीसरे अंक के पश्चात् आता है, दूसरा अल्पविराम अगले दो अंकों के पश्चात (दाएँ से पाँचवे अंक) के बाद आता है। इसी तरह तीसरा अल्पविराम अगले दो अंकों के बाद आता है। इस तरह से यह प्रक्रिया चलती रहती है जब तक अंक खत्म न हो जाएँ।

कुछ महत्वपूर्ण तथ्य

1 सौ = 10 दहाईयाँ
1 हजार = 10 सौ या 10 सैकड़े
= 100 दहाईयाँ
1 लाख = 100 हजार
1 करोड़ = 100 लाख

आइए प्रयास करें

1. संख्याओं को पढ़कर उन्हें रिक्त खानों में प्रसारित रूप में लिखिए उनके नाम लिखो। कुछ उदाहरण नीचे दिए गये हैं:

संख्या	संख्या का नाम	प्रसारित रूप
2,00,000	दो लाख	$2 \times 1,00,000$
2,40,000	दो लाख चालीस हजार	$2 \times 1,00,000 + 4 \times 10,000$
2,45,700	दो लाख पैतालीस हजार सात सौ	$2 \times 1,00,000 + 4 \times 10,000 + 5 \times 1000 + 7 \times 100$
3,57,700		
4,67,928		
4,00,027		
3,00,00,000	तीन करोड़	$3 \times 1,00,00,000$
3,70,00,000	तीन करोड़ सत्तर लाख	$3 \times 1,00,00,000 + 70 \times 1,00,000$

3,70,42,000	<input type="text"/>
3,70,42,500	<input type="text"/>
3,70,42,567	<input type="text"/>
13,70,42,670	<input type="text"/>

2. रिक्त स्थानों की पूर्ति करो—

$$1 \text{ लाख} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ दस हजार}$$

$$1 \text{ करोड़} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ दस लाख}$$

$$\text{दस करोड़} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ लाख}$$

$$1 \text{ हजार} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ सौ}$$

$$1 \text{ लाख} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ हजार}$$

3. सारणी को पूरा कीजिए—

$$9 + 1 = 10 = \boxed{दस}$$

$$99 + 1 = 100 = \boxed{सौ}$$

$$999 + 1 = \boxed{} = \boxed{\text{हजार}}$$

$$9999 + 1 = 10000 = \boxed{}$$

$$99999 + 1 = \boxed{} = \boxed{1 \text{ लाख}}$$

$$999999 + 1 = \boxed{} = \boxed{}$$

$$9999999 + 1 = \boxed{} = \boxed{1 \text{ करोड़}}$$

4. सही स्थानों पर अल्प विराम लगाते हुए संख्याओं को अंको में लिखिए।

- (i) बत्तीस लाख पचहत्तर हजार चार सौ आठ
- (ii) सात करोड़ पाँच लाख इक्कीस हजार तीन सौ तीन।
- (iii) पचास लाख सात सौ चार।
- (iv) चौबीस लाख चालीस हजार दस।
- (v) नौ करोड़ चालीस लाख आठ सौ तिहत्तर
- (vi) दस करोड़।

5. उपयुक्त स्थानों पर अल्प विराम लगाओ तथा संख्याओं के नाम शब्दों में लिखो।

- | | |
|----------------|---------------|
| (i) 67585762 | (ii) 99999999 |
| (iii) 98402803 | (iv) 8617321 |
| (v) 7452283 | |

संख्याओं को जोड़ना

(1) राधिका के बचत खाते में ₹ 32000 है। उसने अपने बचत खाते में ₹ 18000 और जमा करवाए। अब उसके बचत खाते में कितने रुपये हैं? इस प्रश्न का उत्तर ज्ञात करने के लिए हमें पाँच अंकों की संख्याओं को जोड़ना सीखना होगा।

राधिका के बचत खाते में कुछ कितने रुपये हैं?

इसके लिए हमें ₹ 32000 में ₹ 18000 और जोड़ने होंगे।

$$\begin{array}{r} 32000 \\ + \quad 18000 \\ \hline 50000 \end{array} \quad \text{या } 32000 + 18000 = 50000$$

राधिका के बचत खाते में कुल ₹ 50000 है।

(2) रहीम बाजार जाकर एक टेलीविजन ₹ 13500 का खरीदता है। फिर वह अपने लिए एक फ्रिज ₹ 15200 का खरीदता है। उसके कुल कितने रुपये खर्च हुए यह ज्ञात करने लिए हमें इन रुपयों का योगफल ज्ञात करना होगा।

$$\text{कुल खर्च} = \text{टेलीविजन का मूल्य} + \text{फ्रिज का मूल्य}$$

$$\begin{array}{r} = 13500 + 15200 \\ \text{या} \\ 13500 \\ + \quad 15200 \\ \hline 28700 \end{array}$$



उसने कुल ₹ 28700 खर्च किए।

यदि रहीम पहले फ्रिज ₹ 15200 का खरीदता तथा उसके बाद टेलीविजन ₹ 13500 में खरीदता, तो उसके कुल कितने रुपये खर्च होंगे?

$$\text{कुल खर्च} = \text{फ्रिज का मूल्य} + \text{टेलीविजन का मूल्य}$$

$$\begin{array}{r} = 15200 + 13500 \\ = 28700 \end{array}$$

या

$$\begin{array}{r} 15200 \\ + \quad 13500 \\ \hline 28700 \end{array}$$

हम देखते हैं दोनों स्थितियों में उत्तर बराबर है। रहीम को दोनों स्थितियों में ₹ 28700 खर्च करने होंगे।

संख्याओं का योगफल उनके क्रम बदलने से नहीं बदलता।

उदाहरण : 23577, 34523 तथा 21700 का योगफल ज्ञात करो।

उत्तर :

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \\ 2 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \quad 7 \\ 3 \quad 4 \quad 5 \quad 2 \quad 3 \\ + \quad 2 \quad 1 \quad 7 \quad 0 \quad 0 \\ \hline 7 \quad 9 \quad 8 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

यदि हम इन संख्याओं का क्रम बदलते हैं और इनका योगफल ज्ञात करते हैं।

$$\begin{array}{r}
 23577 \\
 21700 \quad \text{या} \\
 +34523 \\
 \hline
 79800
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 21700 \\
 34523 \quad \text{या} \\
 +23577 \\
 \hline
 79800
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 34523 \\
 23577 \\
 +21700 \\
 \hline
 79800
 \end{array}$$

उत्तर 79800 (हम देखते हैं कि संख्याओं के क्रम बदलने से इनके योगफल पर कोई अंतर नहीं पड़ा)

कई बार संख्याओं का क्रम बदलने पर हमें संख्याओं का योग ज्ञात करने में आसानी रहती है।

यदि हमें 5000, 17225 तथा 15000 का योग ज्ञात करना है। पहले हम 15000 और 5000 का योग ज्ञात करेंगे।

$$15000 + 5000 = 20,000$$

फिर हम 20,000 में 17225 जोड़ेंगे तो 37225 आएगा।

$$20000 + 17225 = 37225$$

उदाहरण : जाफराबाद में पुरुषों की संख्या 15678 है तथा महिलाओं की संख्या 16125 है। जाफराबाद की कुल जनसंख्या कितनी है?

उत्तर : कुल जनसंख्या = पुरुषों की संख्या + महिलाओं की संख्या

$$= 15678 + 16125$$

$$\begin{array}{r}
 15678 \\
 +16125 \\
 \hline
 31803
 \end{array}$$

उत्तर : कुल जनसंख्या = 31803

उदाहरण : नगर निगम चुनाव में पहले उम्मीदवार रेनू को 13567 वोट मिले। दूसरे उम्मीदवार सचिन को 14570 वोट मिले। तीसरे उम्मीदवार नीतू को 11517 वोट मिले। चुनाव में तीनों उम्मीदवारों को कुल कितने वोट मिले?

उत्तर : कुल वोटों की संख्या ज्ञात करने के लिए हमें तीनों उम्मीदवारों के वोटों का योग करना होगा।

कुल वोट = रेनू को मिले वोटों की संख्या + सचिन को मिले वोटों की संख्या + नीतू को मिले वोटों की संख्या

$$= 13567 + 14570 + 11517$$

$$\begin{array}{r}
 13567 \\
 14570 \\
 +11517 \\
 \hline
 39654
 \end{array}$$

उत्तर : कुल वोटों की संख्या = 39654

संख्याओं को घटाना

(1) राधिका के बचत खाते में रु 18500 जमा है। उसे एक मोबाइल फोन खरीदने के लिए ₹ 13500 की आवश्यकता है, इसलिए उसने अपने बचत खाते में से ₹ 13500 निकाल लिए। अब उसके खाते में कितने रुपये शेष है? इस प्रश्न का उत्तर जानने के लिए हमें पाँच अंकों की संख्याओं को घटाना सीखना होगा।

$$\begin{array}{r}
 18500 \\
 -13500 \\
 \hline
 05000
 \end{array}$$

राधिका के बचत खाते में ₹ 5000 शेष बचेंगे।

(2) मारिया के पास ₹ 15000 हैं। उसे एक फ्रिज खरीदना है, जिसका मूल्य ₹ 19500 है। उसे फ्रिज खरीदने के लिए और कितने रुपयों की आवश्यकता होगी?

इसके लिए हमें ₹ 19500 में से ₹ 15000 को घटाना होगा।

$$\begin{array}{r} 19500 \\ - 15000 \\ \hline 4500 \end{array}$$

मारिया को ₹ 4500 की आवश्यकता पड़ेगी

मारिया के पास ₹ 15000 है यदि उसमें ₹ 4500 और जोड़ दें, तो वह फ्रिज के मूल्य के बराबर हो जाएंगे।

$$\begin{array}{r} 15000 \\ + 4500 \\ \hline 19500 \end{array}$$

* इस तरीके से हम जोड़ का उपयोग कर उत्तर की जाँच भी कर सकते हैं।

उदाहरण : 43831 तथा 11319 में अन्तर ज्ञात करो? अन्तर को शब्दों में लिखो।

उत्तर : अन्तर ज्ञात करने के लिए हम छोटी संख्या को बड़ी संख्या में से घटा देते हैं।

$$\begin{array}{r} 43831 \text{ बड़ी संख्या} \\ - 11319 \text{ छोटी संख्या} \\ \hline 32512 \end{array}$$

हम बड़ी संख्या को ऊपर लिखेंगे तथा छोटी संख्या को नीचे लिखेंगे

उत्तर = 32512 (बत्तीस हजार पाँच सौ बारह)

उत्तर की जाँच करना

अगर हम उत्तर में छोटी संख्या को जोड़ दें तो हमें बड़ी संख्या प्राप्त होगी।

$$\begin{array}{r} 32512 \\ + 11319 \\ \hline 43831 \end{array}$$

उदाहरण : एक कम्पनी ने वर्ष 2011 में 84310 साइकिलें बेची, तथा वर्ष 2012 में 97209 साइकिलें बेची। किस वर्ष अधिक साइकिलें बेची गई तथा कितनी अधिक बेची गई?

उत्तर : संख्या 97209 संख्या 84310 से अधिक हैं, अतः 2012 में अधिक साइकिलें बेची गई।

$$\begin{array}{r} 97209 \\ - 84310 \\ \hline 12899 \end{array}$$

उत्तर : वर्ष 2012 में 12899 साइकिलें अधिक बेची गई।

जोड़कर उत्तर की जाँच करना

$$\begin{array}{r} 84310 \\ + 12899 \\ \hline 97209 \end{array}$$

उत्तर सही है

उदाहरण : रहीम प्रधानमंत्री राहत कोष में बाढ़ पीड़ितों की सहायता के लिए ₹ 20,000 दान करना चाहता है। अभी उसके पास ₹ 17225 है। ज्ञात कीजिए उसे अभी और कितने रुपयों की आवश्यकता है?

उत्तर : इस प्रश्न का उत्तर ज्ञात करने के लिए हमें ₹ 17225 को ₹ 20,000 में से घटाना होगा।

$$\begin{array}{r} 20000 \\ - 17225 \\ \hline 2775 \end{array}$$

उत्तर : रहीम को ₹ 2775 की आवश्यकता होगी

उत्तर की जाँच

$$\begin{array}{r} 17225 \\ + 2775 \\ \hline 20000 \end{array}$$

अभ्यास प्रश्न-2.1

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति करो :

(i) $65215 + 0 = \underline{\hspace{2cm}}$

(ii) $9999 + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

(iii) $65215 + 1785 = 1785 + \underline{\hspace{2cm}}$

(iv) $67155 + \underline{\hspace{2cm}} = 67155$

(v) $55129 + 165 + 17125 = 17125 + 165 + \underline{\hspace{2cm}}$

(vi) $15000 + \underline{\hspace{2cm}} = 20,000$

(vii) $99999 + \underline{\hspace{2cm}} = 1,00,000$

(viii) $10000 - 10000 = \underline{\hspace{2cm}}$

(ix) $17290 - 17290 = \underline{\hspace{2cm}}$

(x) $17225 + \underline{\hspace{2cm}} = 17225 + 17000$

2. नगर निगम चुनाव में रोशन लाल को 175890 वोट मिले तथा दूसरे प्रत्याशी महेश को 135268 वोट मिले। किस प्रत्याशी को ज्यादा वोट मिले? और यह भी ज्ञात करो कितने ज्यादा वोट मिले?

3. उचित क्रम में लिखकर योगफल ज्ञात कीजिए :

(i) $1 + 5890 + 9999$

(ii) $723 + 10200 + 77$

4. सचिन तेंदुलकर ने टेस्ट क्रिकेट में अब तक 17322 रन बनाए हैं। उन्हें 20,000 रन बनाने के लिए कितने और रन बनाने होंगे?

5. अंक 7, 5, 6, 9 और 1 में से प्रत्येक का केवल एक बार प्रयोग करते हुए बनाई जा सकने वाली सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्या का जोड़ ज्ञात कीजिए।

6. एक कार बनाने वाली कंपनी ने 2011 में 15798 कारें बनाई तथा 2012 में 17598 कारें बनाई। इस विवरण को पढ़कर निम्न का उत्तर दे :

(i) कंपनी द्वारा बनाई गई कुल कारों की संख्या क्या है?

(ii) कंपनी ने किस वर्ष में ज्यादा कारें बनाई और यह भी ज्ञात करो कितनी कारें ज्यादा बनाई गई?

7. अनिल कुमार को महीने के अंत में ₹ 77825 बेतन मिला उसने एक फ्रिज ₹ 15825 में खरीदा तथा ₹ 12000 बैंक के बचत खाते में जमा करवा दिए। अब उसके पास कितने रुपए बचे?
8. एक टेस्ट मैच के पहले दिन 55792 दर्शकों ने मैच देखा। दूसरे दिन 65755 दर्शकों ने मैच देखा तीसरे, चौथे और पाँचवें दिन क्रमशः 99721, 32107, 40,000 दर्शकों ने मैच देखा। इस विवरण को पढ़कर निम्न का उत्तर दें :
 - (i) कुल कितने दर्शकों ने टेस्ट मैच देखा?
 - (ii) किस दिन सबसे ज्यादा दर्शकों ने मैच देखा? किस दिन सबसे कम दर्शकों ने मैच देखा? इनका अन्तर भी ज्ञात करो?

रोमन संख्याएँ

अभी तक हम हिन्दू अरेबिक संख्याओं (Hindu Arabic Numerals) को पढ़ति का ही प्रयोग करते आ रहे हैं अब हम एक नई पढ़ति के बारे में सीखेंगे, जिसे हम रोमन संख्याएँ पढ़ति भी कहते हैं। इस पढ़ति का उपयोग स्कूल की समय सारणी में कक्षाओं को दर्शाने के लिए अक्सर किया जाता है। कुछ खास तरह की घड़ियों में भी रोमन संख्याओं का उपयोग किया जाता है।

हिन्दू अरेबिक संख्याएँ	कुछ महत्वपूर्ण रोमन संख्याएँ
1	I
2	II
3	III
4	IV
5	V
6	VI
7	VII
8	VIII
9	IX
10	X
11	XI
12	XII
13	XIII
14	XIV
15	XV
16	XVI
17	XVII
18	XVIII
19	XIX
20	XX

कुछ और महत्वपूर्ण संख्यांक

हिन्दू अरेबिक संख्यांक

10
50
100
500
1000

रोमन संख्यांक

X
L
C
D
M

रोमन संख्यांक लिखने के लिए कुछ महत्वपूर्ण नियम

- कोई संकेत तीन बार से अधिक नहीं आता। यदि किसी संकेत की तीन या तीन से कम बार पुनरावृत्ति होती है, तो जितनी बार वह आता है उसका मान उतनी ही बार जोड़ दिया जाता है।

उदाहरण: III बराबर 3 है

XX बराबर 20 है

XXX बराबर 30 है

नोट संकेत V, L और D की कभी पुनरावृत्ति नहीं होती।

- यदि छोटे मान वाला संकेत एक बड़े मान वाले संकेत के बाईं ओर जाता है, तो बड़े मान में से छोटी मान घटा दिया जाता है।

$$IV = 5 - 1 = 4$$

$$IX = 10 - 1 = 9$$

$$XL = 50 - 10 = 40$$

$$XC = 100 - 10 = 90$$

नोट (i) संकेत V, L और D को कभी भी बड़े मान वाले संकेत के बाईं ओर नहीं लिखा जाता है अर्थात् V, L और D के मानों को कभी भी घटाया नहीं जाता है।

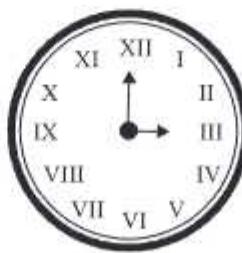
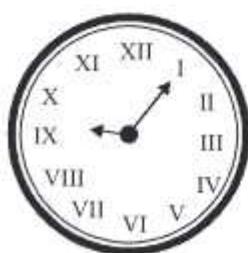
(ii) संकेत '1' को केवल V और X में से घटाया जा सकता है संकेत X को केवल L, M और C में से ही घटाया जा सकता है।

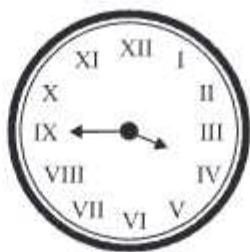
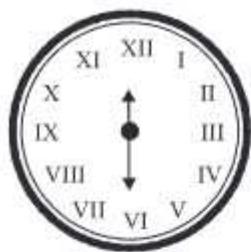
क्रियाकलाप

दिए हुए घड़ी के चित्र में संख्याएँ हिन्दू अरेबिक पद्धति में लिखी हुई हैं। एक चित्र ओर बनाइए जिसमें संख्याएँ रोमन पद्धति में लिखी हों :

आइए प्रयास करें

नीचे दिए हुए चित्रों में समय बताइए।





अभ्यास प्रश्न-2.2

1. नीचे लिखी संख्याओं को रोमन पद्धति में लिखो।
12, 15, 23, 31, 43, 45, 100, 106, 214, 101
2. नीचे लिखी रोमन संख्याओं को हिंदू अरेबिक पद्धति में लिखो।
IX, XVI, VIII, XI, XX, XXX, XL, LXX, CXLI, CCLXI
3. मिलान कीजिए—

स्तम्भ (i)	स्तम्भ (ii)
(a) XI	(i) 23
(b) XXIII	(ii) 40
(c) XL	(iii) 11
(d) VIII	(iv) 70
(e) LXX	(v) 8

4. सही या गलत का चिह्न लगाओ।
 - (a) XXXIII का मान 27 है।
 - (b) C का मान 100 है।
 - (c) LIII का मान 47 है।
 - (d) संकेत V, L और D की पुनरावृत्ति कर सकते हैं।
 - (e) XII का मान 12 है।

संख्याओं को गुणा करना

नेहा अपने बचत खाते में हर महीने ₹ 15000 जमा करवाती है। ऐसा उसने 12 महीने तक किया। 12 महीने पश्चात उसके खाते में कितने रुपये होंगे?

हमें इस प्रश्न का उत्तर ज्ञात करने के लिए 15000 को 12 बार जमा करना होगा

$$15000 + 15000 + 15000 + 15000 + 15000 + 15000 + 15000 + 15000 + 15000 + 15000 + 15000 + 15000$$

यह कार्य थोड़ा कठिन है। हम इस प्रश्न का उत्तर गुणा की सहायता से भी ज्ञात कर सकते हैं।

$$\begin{array}{r}
 15000 \\
 \times \quad 12 \\
 \hline
 30000 \leftarrow 15000 \times 2 \\
 150000 \leftarrow 15000 \times 10 \\
 \hline
 180000
 \end{array}$$

बारह महीने के पश्चात नेहा के पास ₹ 180000 होंगे

उदाहरण : 11913 को 125 से गुणा करो

$$\begin{array}{r}
 11913 \\
 \times \quad 125 \\
 \hline
 59565 \leftarrow 11913 \times 5 \\
 238260 \leftarrow 11913 \times 20 \\
 1191300 \leftarrow 11913 \times 100 \\
 \hline
 1489125
 \end{array}$$

गुणा से सम्बन्धित कुछ महत्वपूर्ण तथ्य

- यदि हम किसी संख्या को '0' से गुणा करते हैं, तो गुणनफल हमेशा शून्य ही रहता है।

$$12555 \times 0 = 0$$

- यदि हम किसी संख्या को '1' से गुणा करते हैं तो संख्या का मान नहीं बदलता है।

$$9999 \times 1 = 9999$$

- दो संख्याओं का गुणनफल उनके क्रम बदलने पर नहीं बदलता।

उदाहरण

$$7 \times 6 = 42$$

$$6 \times 7 = 42$$

- अगर संख्याएँ दो से ज्यादा हों तब भी उनके क्रम बदलने से परिणाम नहीं बदलता।

$$2 \times 6 \times 3 = 12 \times 3 = 36$$

$$6 \times 2 \times 3 = 12 \times 3 = 36$$

$$3 \times 2 \times 6 = 6 \times 6 = 36$$

- कई बार संख्याओं के क्रम को बदलने से गुणनफल ज्ञात करने में आसानी होती है।

उदाहरण $2 \times 9999 \times 50$

यदि हम इनका क्रम $2 \times 50 \times 9999$ कर दें तो परिणाम ज्ञात करने में आसानी होगी

$$2 \times 50 \times 9999$$

$$100 \times 9999 = 999900$$

- अगर हमें किसी संख्या को 10, 100 या 1000 से गुणा करना है, तो इस संक्रिया को हम पेन या पेन्सिल का उपयोग किए बिना भी कर सकते हैं।

उदाहरण :

(i) $37351 \times 10 = 373510$

[हम संख्या 37351 के इकाई अंक के दाहिने तरफ एक '0' और लगा देंगे]

(ii) $37351 \times 100 = 3735100$

[हम संख्या 37351 के इकाई अंक के दाहिने तरफ दो '0' और लगा देंगे]

(iii) $37351 \times 1000 = 37351000$

[हम संख्या 37351 के इकाई अंक के दाहिने तरफ तीन '0' और लगा देंगे]

उदाहरण : हरिया एक कारखाने में मजदूरी करता है। उसे एक दिन में ₹ 275 मिलते हैं। वह पूरे वर्ष में 210 दिन कारखाने में मजदूरी करता है। ज्ञात कीजिए वह कितना कमाएगा?

उत्तर: एक दिन की मजदूरी = ₹ 275

हरिया 210 दिन में 275×210 ₹ कमाएगा।

$$\begin{array}{r} 275 \\ \times 210 \\ \hline 000 \\ 2750 \\ 55000 \\ \hline 57750 \end{array}$$

उत्तर : हरिया वर्ष में ₹ 57750 कमाएगा।

उदाहरण : एक कारखाने में प्रतिदिन 1725 बल्बों का उत्पादन होता है। कारखाना पूरे वर्ष 235 दिन उत्पादन के लिए खुला है। ज्ञात कीजिए पूरे वर्ष कारखाने में कितने बल्बों का उत्पादन संभव हो सकेगा?

उत्तर : एक दिन का उत्पादन = 1725 बल्ब

235 दिन में 1725×235 बल्बों का उत्पादन संभव होगा।

$$\begin{array}{r} 1725 \\ \times 235 \\ \hline 8625 \\ 51750 \\ 345000 \\ \hline 405375 \end{array}$$

उत्तर : पूरे वर्ष कुल 405375 बल्बों का उत्पादन संभव होगा।

उदाहरण : एक फ्रिज का मूल्य ₹ 11725 है। 125 फ्रिज खरीदने के लिए हमें कितने रुपयों की आवश्यकता होगी?

उत्तर : इस प्रश्न को हल करने के लिए हमें 11725 को 125 से गुणा करना पड़ेगा।

$$\begin{array}{r} 11725 \\ \times 125 \\ \hline 58625 \\ 234500 \\ 1172500 \\ \hline 1465625 \end{array}$$

उत्तर : हमें कुल ₹ 1465625 की आवश्यकता होगी।

उदाहरण : एक विद्यालय में 1325 विद्यार्थी हैं। दिल्ली सरकार ने प्रत्येक विद्यार्थी को ₹ 500 की पुस्तकें मुफ्त में बाँटी। ज्ञात कीजिए कुल कितने रुपये की पुस्तकें मुफ्त में बाँटी गईं?

उत्तर : हमें कुल विद्यार्थियों की संख्या को पुस्तकों के मूल्य से गुणा करना पड़ेगा।

$$\begin{array}{r}
 1325 \\
 \times 500 \\
 \hline
 0000 \\
 00000 \\
 662500 \\
 \hline
 662500
 \end{array}$$

दिल्ली सरकार ने ₹ 662500 खर्च किए।

संख्याओं को भाग करना

मारिया ने अपने दोस्त से ₹ 3060 उधार लिए। उसने अपने दोस्त से वायदा किया कि अगले 12 महीने में बराबर-बराबर किश्तों में हर महीने रुपये वापिस देगी। मारिया को हर महीने कितने रुपये चुकाने होंगे?

मारिया हर महीने ₹ 250 अपने दोस्त को वापिस देती है, तो 12 महीने में $250 \times 12 = ₹ 3000$ ही चुका पाएगी।

यदि वह ₹ 300 चुकाती है, तो वह दसवें महीने तक ₹ 3000 चुका देगी। अगले दो महीने में उसे ₹ 60 और चुकाने होंगे।

सही उत्तर प्राप्त करने के लिए ₹ 3060 को 12 बराबर भागों में बाँटना होगा।

इसके लिए हमें 3060 को 12 से भाग करना पड़ेगा।

$$3060 \div 12$$

$$\begin{array}{r}
 \text{भाज्य} \\
 \text{भाजक} \rightarrow 12) \overline{3060}(255 \text{ भागफल} \\
 -24 \\
 \hline
 66 \\
 -60 \\
 \hline
 60 \\
 -60 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

मारिया को हर महीने ₹ 255 चुकाने होंगे

उत्तर की जाँच करना

$$\text{भाज्य} = \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेष}$$

$$3060 = 12 \times 255 + 0$$

$$3060 = 3060$$

उदाहरण: 74596 को 28 से भाग दीजिए

$$74596 \div 28$$

संख्या 74596 यहाँ भाज्य है।

संख्या 28 को हम यहाँ भाजक कहेंगे।

भाजक	\rightarrow	भाज्य	\rightarrow	भागफल
				भाज्य
				शेष

$$\text{भाज्य} = \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेष}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{भाज्य} \\
 \text{भाजक } 28) \overline{74596} (2664 \text{ भागफल} \\
 \underline{-} \quad \underline{\underline{56}} \\
 \underline{185} \\
 - \underline{\underline{168}} \\
 \underline{179} \\
 - \underline{\underline{168}} \\
 \underline{116} \\
 - \underline{\underline{112}} \\
 \underline{4} \quad \text{शेषफल}
 \end{array}$$

उत्तर की जाँच

$$\begin{aligned}
 \text{भाज्य} &= \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेष} \\
 &= 28 \times 2664 + 4 \\
 &= 74596 \text{ उत्तर सही है।}
 \end{aligned}$$

उदाहरण : निशा के पास ₹ 1608 हैं। वह पेट्रोल खरीदना चाहती है। एक लीटर पेट्रोल की कीमत ₹ 67 है। वह कितना लीटर पेट्रोल खरीद सकती है?

उत्तर : निशा के पास रुपये = 1608

$$1 \text{ लीटर पेट्रोल की कीमत} = ₹ 67$$

निशा $1608 \div 67$ लीटर पेट्रोल खरीद सकती है।

$$\begin{array}{r}
 67) \overline{1608}(24 \\
 - \underline{\underline{134}} \\
 \underline{268} \\
 - \underline{\underline{268}} \\
 \underline{00}
 \end{array}$$

निशा 24 लीटर पेट्रोल खरीद सकती है।

उदाहरण : मेघल ने अपने दोस्त से कार खरीदने के लिए ₹ 307500 उधार लिए उसे अगले 5 वर्षों में बराबर-बराबर किश्तों में हर महीने रुपये वापस करने हैं। उसे हर महीने कितने रुपये चुकाने होंगे?

उत्तर : 5 वर्ष में 12×5 महीने होते हैं।

मेघल को हर महीने $307500 \div 60$ रुपये वापस करने होंगे

$$\begin{array}{r}
 60) \overline{307500}(5125 \\
 - \underline{\underline{300}} \\
 \underline{075} \\
 - \underline{\underline{60}} \\
 \underline{150} \\
 - \underline{\underline{120}} \\
 \underline{300} \\
 - \underline{\underline{300}} \\
 \underline{00}
 \end{array}$$

उत्तर : मेघल को हर महीने ₹ 5125 वापस करने होंगे।

उदाहरण : एक विद्यालय को अनुदान के रूप में ₹ 74564 प्राप्त हुए। इस रकम को 28 विद्यार्थियों में बराबर-बराबर बाँटना है। ज्ञात कीजिए कि प्रत्येक विद्यार्थी को कितने रुपए प्राप्त होंगे?

उत्तर : एक विद्यार्थी को $74564 \div 28$ रुपये प्राप्त होंगे।

$$28) \overline{74564}(2663$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ 185 \\ 168 \\ \hline 176 \\ 168 \\ \hline 084 \\ 84 \\ \hline \end{array}$$

उत्तर : एक विद्यार्थी को ₹ 2663 प्राप्त होंगे।

उदाहरण : पाँच अंकों की छोटी-से-छोटी संख्या ज्ञात करों जो 45 से पूर्णतया विभाजित हो जाए?

पाँच अंकों की सबसे छोटी संख्या 10000 है।

$$45) \overline{10000}(222$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ 100 \\ 90 \\ \hline 100 \\ 90 \\ \hline 10 \end{array}$$

शेषफल

यहाँ पर शेषफल 10 है इस संख्या को पूर्ण रूप से विभाजित बनाने के लिए या तो हम संख्या में 10 घटा सकते हैं या हमें इसमें 35 जोड़ना पड़ेगा। यदि हम इसमें से 10 घटाते हैं तो संख्या चार अंकों की रह जाएगी अतः हमें संख्या 10000 में 35 जोड़ना होगा।

उत्तर : $10000 + 35 = 10035$ होगा

भाग से संबंधित महत्वपूर्ण तथ्य

- किसी भी संख्या ('0' को छोड़कर) को स्वयं उसी संख्या से भाग देने पर सदैव '1' प्राप्त होता है।

$$777 \div 777 = 1$$

- अगर हम किसी संख्या को '1' से भाग करते हैं। तो वही संख्या दुबारा प्राप्त होती है।

$$375 \div 1 = 375$$

- किसी भी संख्या को '0' से भाग नहीं किया जा सकता।

उदाहरण : $12 \div 4 = 3$ (यदि हम 4 को 3 से गुणा करें तो 12 प्राप्त होता है।)

$$12 \div 0 = \text{परिणाम संभव नहीं होगा}$$

(हमारे पास कोई संख्या ऐसी नहीं है जिसे हम '0' से गुणा करे तो 12 आ जाए)

- हम किसी भी संख्या को 10 या 100 से सरलता से भाग दे सकते हैं।

(i) $735 \div 10$

$$\text{भागफल} = 73 \text{ शेष} = 5$$

यदि हम किसी संख्या को '10' से भाग करते हैं तो संख्या का इकाई का अंक शेषफल बन जाता है, तथा बाकी संख्या भागफल बन जाती है।

वास्तविक विधि से उत्तर की जाँच

$$\begin{array}{r} 10) \overline{735}(73 \\ -70 \\ \hline 35 \\ -30 \\ \hline 5 \end{array} \quad \text{भागफल} = 73, \text{ शेष} = 5$$

वास्तविक विभाजन विधि से भी उत्तर वही आएगा।

(i) $17350 \div 100$

$$\text{भागफल} = 173, \text{ शेष} = 50$$

वास्तविक विधि द्वारा उत्तर की जाँच

$$\begin{array}{r} 100) \overline{17350}(173 \\ -100 \\ \hline 735 \\ -700 \\ \hline 350 \\ -300 \\ \hline 50 \end{array} \quad \text{भागफल} = 173, \text{ शेष} = 50$$

यदि हम किसी संख्या को '100' से भाग करते हैं, तो इकाई तथा दहाई का अंक शेषफल बन जाता है। बाकी संख्या भागफल बन जाती है।

अभ्यास प्रश्न-2.3

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति करो।

- (i) $62751 \times 125 = 125 \times \underline{\hspace{2cm}}$
(ii) $67251 \times 100 = \underline{\hspace{2cm}}$
(iii) $92715 \times 0 = \underline{\hspace{2cm}}$
(iv) $932715 \times 1 = \underline{\hspace{2cm}}$
(v) $67191 \times \underline{\hspace{2cm}} = 6719100$

2. गुणनफल ज्ञात करो।

- (i) 2613×112
(ii) 92651×135
(iii) 35721×272

3. एक कारखाने में प्रतिदिन 21725 बल्बों का उत्पादन किया जाता है। कारखाना पूरे वर्ष सिर्फ 235 दिन उत्पादन के लिए खुला है। बताइए पूरे वर्ष में कारखाने में कितने बल्बों का उत्पादन संभव हो सकेगा?
4. दिल्ली सरकार ने 35738 विद्यार्थियों को छात्रवृत्ति देने के लिए चुना। यदि एक विद्यार्थी को ₹ 800 दिए जाने हैं तो सरकार को कितने रुपयों की आवश्यकता होगी?
5. एक पेटी में 116 सेब आते हैं। ज्ञात कीजिए 1025 पेटी में कितने सेब आएंगे?
6. मारिया हर महीने ₹ 125 बचाती है। वह इन्हें बैंक में जमा करा देती है। दस साल में मारिया कितने रुपये इकट्ठा कर लेगी?

7. रिक्त स्थानों की पूर्ति करो—
- $17552 \div 1 = \underline{\hspace{2cm}}$
 - $23352 \div \underline{\hspace{2cm}} = 1$
 - $0 \div 1237 = \underline{\hspace{2cm}}$
 - $15700 \div 15700 = \underline{\hspace{2cm}}$
 - $12900 \div 10 = \underline{\hspace{2cm}}$
8. भागफल तथा शेषफल ज्ञात करो। उत्तर की जाँच विभाजन के नियम से कीजिए।
- $16584 \div 28$
 - $33600 \div 115$
9. 5211 आमों को 15 पेटियों में भरना है। यदि हमें हर एक पेटी में बराबर आम भरने हैं तो ज्ञात करो एक पेटी में कितने आम आएंगे और शेष बचे आमों की संख्या भी बताइए?
10. ₹ 8723 को 11 विद्यार्थियों में बराबर बाँटने हैं। ज्ञात कीजिए कि एक विद्यार्थी को कुल कितने रुपये मिलेंगे?
11. एक डिब्बे में 15 चॉकलेट पैक कर सकते हैं। 17925 चॉकलेट पैक करने के लिए हमें कितने डिब्बों की आवश्यकता होगी?
12. 31302 मतदाताओं को 74 मतदान केन्द्रों में बराबर-बराबर बाँटना है तो ज्ञात कीजिए एक मतदान केन्द्र पर कितने मतदान आएंगे?
13. चार अंकों की बड़ी-से-बड़ी संख्या ज्ञात करो जो 25 से पूर्णतया विभाजित हो जाए?
14. पाँच अंकों की छोटी-से-छोटी संख्या ज्ञात करो जो 24 से पूर्णतया विभाजित हो जाए?
15. दस ग्राम सोने की कीमत ₹ 26910 है, तो एक ग्राम सोने की क्या कीमत होगी?

सम तथा विषम संख्याएँ

क्या आप संख्याओं 2, 4, 6, 8, 10, 12..... में कोई प्रतिरूप (pattern) देखते हैं? ये सभी संख्याएँ दो के पहाड़े में आती हैं। हम कह सकते हैं ये संख्याएँ दो के गुणज हैं। इन संख्याओं को हम सम संख्याएँ (even number) कहते हैं। शेष बची 1, 3, 5, 7, 9..... विषम (odd number) संख्याएँ कहलाती हैं।

उदाहरण : क्या 275878 एक सम संख्या है?

यह संख्या सम संख्या है या नहीं इसके लिए हमें इसे दो से भाग करना पड़ेगा। यह प्रक्रिया कठिन हो जाएगी क्योंकि 275878 एक बड़ी संख्या है। वह संख्या जिसके इकाई के स्थान पर 0, 2, 4, 6, 8 हो वह सम संख्या कहलाती है। इस तरह से हम कह सकते हैं उपरोक्त संख्या सम संख्या है।

क्या 13571 विषम संख्या है। वह संख्या जिसके इकाई के स्थान पर 1, 3, 5, 7, 9 आता हो वह विषम संख्या कहलाती है। इसलिए हम कह सकते हैं 13571 एक विषम संख्या है।

357297 एक विषम संख्या है। (क्योंकि इसमें इकाई का अंक 7 है यह संख्या 2 से पूर्ण विभाज्य नहीं है।)

357890 यह सम संख्या है। (क्योंकि इसमें इकाई का अंक '0' है। यह संख्या 2 से पूर्ण विभाज्य है।)

आइए प्रयास करें

- निम्नलिखित संख्याओं में से सम संख्याओं पर गोला लगाओ।
357291, 57328, 32570, 829711, 57922, 189215, 100000, 999991
- निम्नलिखित संख्याओं में से विषम संख्याओं पर गोला लगाओ।
10000, 99991, 9999, 78295, 378222, 72572, 83523, 72555, 82228

हम कुछ सम संख्याएँ 0, 2, 4, 6, 8 लेते हैं। हम इनमें से कोई भी दो संख्या लेंगे और उन्हें आपस में जोड़ेंगे।

$$0 + 2 = 2, 4 + 2 = 6, 6 + 8 = 14, 4 + 6 = 10, 8 + 2 = 10, 8 + 4 = 12$$

हम देखते हैं इन सभी का परिणाम सम संख्या है। हम कह सकते हैं दो सम संख्याओं का योग सम संख्या होता है।

हम कुछ विषम संख्याएँ 1, 3, 5, 7, 9 लेते हैं। हम इसमें कोई भी दो संख्या लेंगे तथा उनका योगफल ज्ञात करेंगे।

$$1 + 3 = 4, 1 + 5 = 6, 1 + 7 = 8, 1 + 9 = 10, 3 + 5 = 8, 3 + 7 = 10, 3 + 9 = 12, 5 + 7 = 12, 7 + 9 = 16$$

हम देखते हैं दो विषम संख्याओं का योग सम संख्या होता है।

हम कुछ सम संख्या 0, 2, 4, 6, 8 लेते हैं, और इनमें किसी भी दो संख्याओं को आपस में गुण करते हैं।

$$0 \times 2 = 0$$

$$2 \times 6 = 8$$

$$6 \times 8 = 48$$

$$2 \times 6 = 12$$

$$4 \times 8 = 32$$

हम देखते हैं इनका गुणनफल एक सम संख्या है। हम कह सकते हैं दो सम संख्याओं का गुणनफल हमेशा सम संख्या होता है।

अब इस प्रक्रिया तो विषम संख्या 1, 3, 5, 7, 9 के लिए दोहराते हैं तो हमें क्या परिणाम मिलेगा।

$$1 \times 3 = 3$$

$$1 \times 5 = 5$$

$$1 \times 7 = 7$$

$$1 \times 9 = 9$$

$$3 \times 5 = 15$$

$$3 \times 7 = 21$$

$$3 \times 9 = 27$$

$$5 \times 7 = 35$$

$$7 \times 9 = 63$$

हम देखते हैं दो विषम संख्याओं का गुणनफल विषम संख्या ही होता है।

निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर 'हाँ' या 'नहीं' में दीजिए।

- क्या दो सम संख्याओं का योगफल हमेशा सम संख्या होता है?
- क्या दो विषम संख्याओं का योगफल हमेशा सम संख्या होता है?
- क्या दो सम संख्याओं का गुणनफल हमेशा सम संख्या होता है?
- क्या दो विषम संख्याओं का गुणनफल हमेशा सम संख्या होता है?
- क्या 2 सबसे छोटी सम प्राकृत संख्या है?

भाज्य और अभाज्य संख्याएँ

संख्या 1 से 15 तक सभी संख्याओं के गुणनखंड लिखिए।

संख्या	गुणनखंड	गुणनखंडों की संख्या
1	1	1
2	1, 2	2
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2

8	1, 2, 4, 8	4
9	1, 3, 9	3
10	1, 2, 5, 10	4
11	1, 11	2
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	6
13	1, 13	2
14	1, 2, 7, 14	4
15	1, 3, 5, 15	4

हम देखते हैं संख्या 1 का एक ही गुणनखंड है।

हम देखते हैं जैसे-2, 3, 5, 7, 11 ऐसी संख्याएँ हैं जिनके ठीक दो गुणनखंड हैं। ये संख्याएँ अभाज्य संख्याएँ (Prime number) कहलाती हैं।

संख्याएँ 2, 4, 6, 8, 10 के दो से अधिक गुणनखण्ड हैं। ये संख्या भाज्य संख्याएँ (Composite Number) कहलाती हैं।

अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers)

वे संख्याएँ जिनके गुणनखंड '1' और स्वयं वह संख्या ही होते हैं, अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं।

1 ना तो भाज्य संख्या है
और न ही अभाज्य संख्या

उदाहरण—जैसे 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 संख्याएँ अभाज्य संख्याएँ हैं क्योंकि इनके ठीक दो गुणनखंड हैं-'1' और स्वयं वह संख्या।

भाज्य संख्याएँ (Composite Numbers)

वे संख्याएँ जिनके दो से अधिक गुणनखंड होते हैं वे भाज्य (Composite Numbers) संख्याएँ कहलाती हैं। 4, 6, 8, 9, 10, 12, 16 संख्याओं के दो से ज्यादा गुणनखंड हैं ये संख्या भाज्य संख्याएँ हैं।

नोट : किसी संख्या का गुणनखंड उसका एक पूरा-पूरा (exact) विभाजक (divisor) होता है। 1, 2 और 4 संख्या 4 के पूरे-पूरे विभाजक हैं इसलिए ये संख्याएँ 4 के गुणनखंड कहलाती हैं।

2 सबसे छोटी अभाज्य संख्या है जो एक सम संख्या भी है 2 के अतिरिक्त सभी अभाज्य संख्याएँ विषम होती हैं।

क्रियाकलाप : इराटोसथीन्स की छलनी (Sieve of Eratosthenes)

इस प्रक्रिया से विद्यार्थी भाज्य तथा अभाज्य संख्याओं की जानकारी प्राप्त कर सकते हैं।

चरण 1 1 को काट दीजिए, क्योंकि यह अभाज्य संख्या नहीं है।

चरण 2 2 पर गोला लगाइए और 2 के अतिरिक्त उसके सभी गुणजों जैसे 4, 6, 8, 10, 12..... को काट दीजिए।

चरण 3 आप पाएँगे कि अगली बिना कटी संख्या 3 है। 3 पर घेरा लगाइए और 3 के अतिरिक्त उसके सभी गुणजों 6, 9, 12, 15.... को काट दीजिए। जो संख्या पहले से कटी हो उसे दुबारा ना काटें।

चरण 4 अगली बिना कटी संख्या 5 है। 5 पर गोला लगाओं और 5 के अतिरिक्त सभी गुणजों को काट दें।

चरण 5 इस प्रक्रिया को जब तक जारी रखें जब तक कि नीचे दी गई सूची में दी हुई संख्याओं पर या तो गोला न लग जाए या वे काट न दी जाएँ।

निष्कर्ष (1) धेरा लगी हुई सभी संख्याएँ अधार्य संख्याएँ हैं।

(2) एक के अतिरिक्त सभी कटी हुई संख्याएँ भार्य संख्याएँ हैं।

X	(2)	(3)	X	(5)	X	(7)	X	X	X
(11)	X	(13)	X	X	X	(17)	X	(19)	X
X	X	(23)	X	X	X	X	X	(29)	X
(31)	X	X	X	X	X	(37)	X	X	X
(41)	X	(43)	X	X	X	(47)	X	X	X
X	X	(53)	X	X	X	X	X	(59)	X
(61)	X	X	X	X	X	(67)	X	X	X
(71)	X	(73)	X	X	X	X	X	(79)	X
X	X	(83)	X	X	X	X	X	(89)	X
X	X	X	X	X	X	(97)	X	X	X

अभ्यास प्रश्न-2.4

1. 20 से छोटी सभी अभाज्य संख्याएँ लिखो।
2. नीचे कुछ संख्याएँ दी हुई हैं। इसमें से जो संख्या अभाज्य है उस पर गोला लगाओ।
5, 13, 19, 78, 91, 93, 84, 52, 51, 43, 37, 39, 15, 17, 25, 50, 2, 11, 16, 29, 30
3. एक से सौ के बीच में कितनी अभाज्य संख्याएँ होती हैं।
4. रिक्त स्थानों को भरिए :
 - (i) सबसे छोटी अभाज्य संख्या _____ है।
 - (ii) सबसे छोटी भाज्य संख्या _____ है।
 - (iii) '1' न तो _____ है और न ही _____ है।
 - (iv) वह संख्या जिसके केवल दो गुणनखंड हो एक _____ कहलाती है।
 - (v) वह संख्याजिसके दो या दो से अधिक गुणनखंड हो एक _____ कहलाती है।
5. सबसे छोटी संख्या बताओं जो सम संख्या भी हो और अभाज्य संख्या भी हो?
6. सबसे छोटी संख्या बताओं जो विषम संख्या भी हो तथा भाज्य संख्या भी हो?
7. निम्नलिखित कथनों में जो कथन सत्य है उसके आगे सही का चिन्ह (✓) लगाइए :
 - (i) सभी सम संख्याएँ भाज्य होती हैं।
 - (ii) सभी अभाज्य संख्याएँ विषम होती हैं।
 - (iii) अभाज्य संख्याओं के गुणनखंड नहीं होते।
 - (iv) केवल 2 ही सम अभाज्य संख्या है।
 - (v) संख्या 1 अभाज्य संख्या है।

उत्तरमाला

अभ्यास प्रश्न-2.1

1. (i) 65215 (ii) 10000 (iii) 65215
(iv) 0 (v) 55129 (vi) 5000
(vii) 1 (viii) 0 (ix) 0
(x) 17000
2. रोशनलाल, 40622
3. (i) 15890 (ii) 11000
4. 2678
5. 97651, 15679, 113330
6. (i) 33396 (ii) वर्ष 2012, 1800
7. 50,000
8. (i) 293375 (ii) तीसरे दिन, चौथे दिन, 67614

अभ्यास प्रश्न-2.2

1.	12	XII	15	XV
	23	XXIII	31	XXXI
	43	XLIII	45	XLV
	100	C	106	CVI
	214	CCXIV	101	CI
2.	IX	9	XVI	16
	VIII	8	XI	11
	XX	20	XXX	30
	XL	40	LXX	70
	CLXI	141	CCLXI	261
3.	(a)	(iii)	(b) (i)	(c) (ii)
4.	(a)	✗	(b) ✓	(c) ✗
				(d) ✗
				(e) ✓

अभ्यास प्रश्न-2.3

1.	(i)	62751	(ii)	6725100	(iii)	0	(iv)	932715	(v)	100
2.	(i)	292656	(ii)	12507885	(iii)	9716112				
3.	5105375									
4.	28590400									
5.	118900									
6.	₹ 15000									
7.	(i)	17552	(ii)	23352	(iii)	0	(iv)	1	(v)	1290
8.	(i)	भागफल 592 शेषफल 8	(ii)	भागफल 292 शेष 20						
9.	347, 6		10.	793	11.	1195	12.		423	
13.	9975		14.	10008	15.	2691				

अभ्यास प्रश्न-2.4

1. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 तथा 19
2. 5, 13, 19, 43, 37, 17, 2, 11 तथा 29
3. 25
4. (i) 2 (ii) 4 (iii) भाज्य, अभाज्य (iv) अभाज्य (v) भाज्य
5. 2 6. 9 7. (iv) सत्य

3

अध्याय

प्राकृत संख्याओं, पूर्ण संख्याओं एवं पूर्णांकों की जानकारी

इस पाठ से हम सीखेंगे

- प्राकृत संख्याओं और पूर्ण संख्याओं की जानकारी।
- प्राकृत संख्याओं, पूर्ण संख्याओं का जोड़, घटा व गुणा।
- प्राकृत संख्याओं व पूर्ण संख्याओं को संख्या रेखा पर प्रदर्शित करना।
- पूर्णांकों को जानना और संख्या रेखा पर पूर्णांकों को जोड़ना व घटाना।



आवश्यक सामग्री



कागज, पेन, पेन्सिल तथा इसी प्रकार की अन्य वस्तुएँ।

आइए चर्चा करें

जैसा कि आप जानते हैं कि चीजों को गिनना हमारे लिए अब बेहद आसान हो गया है। अपने दैनिक जीवन में आप ऐसे बहुत से उदाहरण देख सकते हैं जहाँ पर आप को गिनने की आवश्यकता होती है। जब आप मार्केट जाते हैं और वस्तुओं को खरीदते हैं इन वस्तुओं में से कुछ वस्तुएँ ऐसी होती हैं जिन्हें हम तोल या माप के द्वारा खरीदते हैं दालें, कपड़ा, लेकिन कुछ ऐसी भी होती हैं जिन्हें हम गिनती के द्वारा खरीदते हैं, जैसे-फाइल के लिए पेज और चूड़ियाँ इत्यादि। जब हम वस्तुओं को गिनना प्रारंभ करते हैं तो इसकी शुरुआत हम एक, दो, तीन से लेकर जहाँ तक हमें गिनने की आवश्यकता होती है वहाँ तक गिनते हैं। इन संख्याओं को जिन्हें हम गिनने के लिए प्रयोग में लाते हैं, प्राकृत संख्याएँ कहते हैं।

प्राकृत संख्याएँ : जब हम गिनना प्रारंभ करते हैं तब हम 1, 2, 3, 4, का प्रयोग करते हैं। जब हम गिनती प्रारंभ करते हैं, ये हमारे सम्मुख प्राकृतिक रूप से आती है। इसलिए, गणितज्ञ इन गणन (गिनती गिनने वाली) संख्याओं को प्राकृत संख्याएँ कहते हैं।

ये संख्याएँ प्रत्यक्ष वस्तुओं को गिनने में हमारी सहायता करती हैं साथ ही साथ ये हमें यह भी बताती है कि वस्तुओं का कौन सा संग्रह बड़ा है और इनके द्वारा हम वस्तुओं को क्रमबार व्यवस्थित भी कर सकते हैं। ऐसी पाँच अलग-अलग स्थितियों के बारे में सोचिए जहाँ हम संख्याओं का प्रयोग करते हैं?

संख्याओं की तुलना

हम संख्याओं की तुलना आसानी से यह बता सकते हैं कि कौन सी सबसे बड़ी है और कौन-सी संख्या सबसे छोटी। यदि संख्याओं के दिए गए समूह में संख्याएँ अलग-अलग आकार की हों तो जिस संख्या में अंकों की संख्या सबसे ज्यादा होती है वह सबसे बड़ी होती है और जिस संख्या में अंकों की संख्या सबसे कम होती है वह सबसे छोटी होती है।

उदाहरण के लिए दिए गए संख्याओं के समूह में—

56254	10	2450	350	484567
-------	----	------	-----	--------

⇒ 484567 सबसे बड़ी संख्या है क्योंकि अंकों की संख्या सबसे अधिक 7 है।

⇒ 10 सबसे छोटी संख्या है क्योंकि इसमें अंकों की संख्या सबसे कम दो है।

इस उदाहरण में चूंकि अंकों की संख्या समान नहीं थी इसलिए हमने आसानी से पता लगा लिया कि कौन-सी संख्या सबसे बड़ी है और कौन सी सबसे छोटी?

अब 5275 और 6840 की तुलना करते हैं इन दोनों संख्याओं में अंकों की संख्या समान है। परंतु 6840 में हजार का अंक 5275 में हजार के अंक से बड़ा है। इसलिए संख्या 6840, 5275 से बड़ी है।

अब बताइए कौन सी संख्या बड़ी है, 5275 या 5840? यहाँ भी दोनों संख्याओं में अंकों की संख्या समान है परंतु हजार के स्थान का अंक समान है। इस स्थिति में हम अगले स्थान यानि सैकड़े के अंक की तरफ बढ़ते हैं। 5840 में सैकड़े का अंक 8, 5275 में सैकड़े के अंक 2 से बड़ा है इसलिए संख्या 5840, 5275 से बड़ी है इसी प्रकार हम 5740 और 5720 की भी तुलना कर सकते हैं।

पूर्ण संख्याएँ

वे संख्याएँ जो हम गिनने के लिए प्रयोग करते हैं प्राकृत संख्याएँ कहलाती हैं। यदि किसी भी प्राकृत संख्या में 1 जोड़ दिया जाए तो अगली प्राकृत संख्या प्राप्त कर सकते हैं। अर्थात् आप उसका परवर्ती प्राप्त कर लेते हैं। यदि आप 20 का परवर्ती प्राप्त करना चाहते हैं तो आप 20 में 1 जोड़ कर इसकी परवर्ती संख्या प्राप्त कर सकते हैं।

$$\text{अर्थात् } 20 \text{ का परवर्ती} = 20 + 1 = 21 \text{ है।}$$

इसी प्रकार 30 का परवर्ती 31 है और 40 का परवर्ती 41 है। अब यदि किसी प्राकृत संख्या में से 1 घटा दिया जाए तो जो संख्या प्राप्त होती है उसे उस संख्या का पूर्ववर्ती कहा जाता है। जैसे कि यदि प्राकृत संख्या 15 का पूर्ववर्ती प्राप्त करना चाहते हैं; तो इस संख्या का पूर्ववर्ती $15 - 1 = 14$ होगा। परंतु एक प्राकृत संख्या 1 ऐसी भी है जिसका पूर्ववर्ती एक प्राकृत संख्या नहीं है। इस संख्या का पूर्ववर्ती प्राप्त करने के लिए यदि हम इस संख्या में से 1 घटाते हैं।

⇒ $1 - 1 = 0$ तब हमें 0 प्राप्त होता है जो कि एक प्राकृत संख्या नहीं है।

पूर्ण संख्याएँ : यदि प्राकृत संख्याओं के संग्रह में शून्य और मिला दिया जाए तो इस प्रकार जो नया संग्रह प्राप्त होता है। उसे पूर्ण संख्याएँ कहते हैं। जैसे: 0, 1, 2, 3,

आइए प्रयास करें

1. संख्या 15 का पूर्ववर्ती बताइए।
2. संख्या 1 का परवर्ती बताइए।
3. सबसे छोटी पूर्ण संख्या कौन सी है?
4. क्या आप सबसे बड़ी पूर्ण संख्या का नाम बता सकते हैं?

संख्या रेखा

एक ग्राफ पेपर लीजिए उस पर एक बिंदु अंकित कीजिए इसे 0 नाम दीजिए। इस बिंदु के दायाँ ओर बराबर दूरी पर बिंदु

1, 2, 3, अंकित कीजिए। अब इन सब बिंदुओं को मिलाकर 0 से प्रारंभ करते हुए एक रेखा खीचिए। इस प्रकार आपको जो रेखा प्राप्त होती है वह पूर्ण संख्याओं के लिए संख्या रेखा है जोकि इस प्रकार है :



संख्या रेखा पर आप देख सकते हैं कि किसी भी संख्या के बायें और आने वाली संख्याएँ उससे छोटी हैं और उसके दायें और आने वाली सभी संख्याएँ उससे बड़ी हैं।

दो पूर्ण संख्याओं में से वह संख्या बड़ी होती है जो संख्या रेखा पर दूसरी संख्या के दायें ओर स्थित होती है।

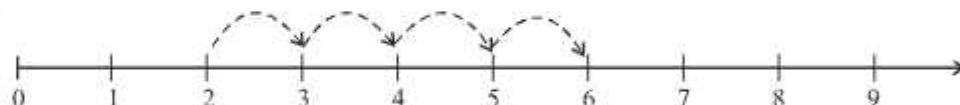
उदाहरण के लिए संख्या 4 और 7 की तुलना करने पर हमें ज्ञात होता है कि संख्या 7 संख्या 4 के दायें ओर स्थित है इसलिए $7 > 4$ है। इसी प्रकार, $16 > 10$ क्योंकि 16, 10 के दायें ओर स्थित हैं।

संख्या रेखा पर योग

हम पूर्ण संख्याओं का संख्या रेखा की मदद से योग प्राप्त कर सकते हैं आइए 2 और 4 का योग संख्या रेखा की सहायता से प्राप्त करें। $2 + 4 = \dots$?

सबसे पहले हम संख्या रेखा पर 2 को अंकित करते हैं। अब क्योंकि हमें इस संख्या में 4 जोड़ना है, इसलिए हम 2 के दाहिनी ओर चार इकाई दूरी चलते हैं। चौथी इकाई के अंतिम तीर पर बिंदु 6 है इसलिए 2 और 4 का योग 6 है।

अर्थात् $2 + 4 = 6$



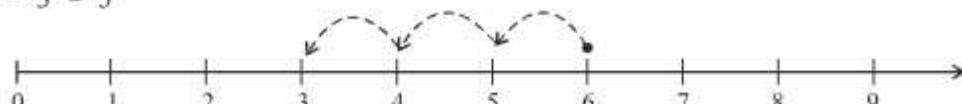
इसी विधि का प्रयोग करके हम संख्या रेखा के द्वारा दो या दो से अधिक प्राकृत संख्याओं और पूर्ण संख्याओं का योग प्राप्त कर सकते हैं।

व्यवकलन (घटाना)

दो पूर्ण संख्याओं के घटाने को भी संख्या रेखा की मदद से हम ज्ञात कर सकते हैं। आइए हम $6 - 3 = \dots$? का मान ज्ञात करते हैं।

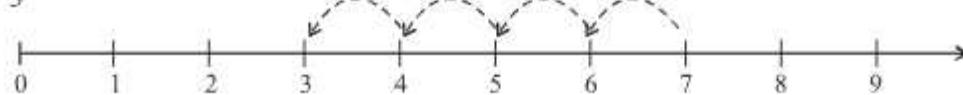
जैसा कि अभी आपने देखा कि दो संख्याओं का योगफल ज्ञात करने के लिए हम दायें ओर चलते हैं परंतु एक पूर्ण संख्या को दूसरी पूर्ण संख्या में से घटाने के लिए हम इसके विपरीत दायें ओर चलते हैं। संख्या 6 में से संख्या 3 को व्यवकलित (घटाना) के लिए हम सबसे पहले संख्या रेखा पर संख्या 6 को अंकित करते हैं और इसके बाद 3 को व्यवकलित करने के लिए हम बाईं ओर 3 इकाई चलते हैं। अब 3 इकाई बाईं ओर चलने पर तीर के अंतिम सिरे पर हमें 3 प्राप्त होता है।

अर्थात् $6 - 3 = 3$



इसी प्रकार हम देख सकते हैं :

$7 - 4 = 3$

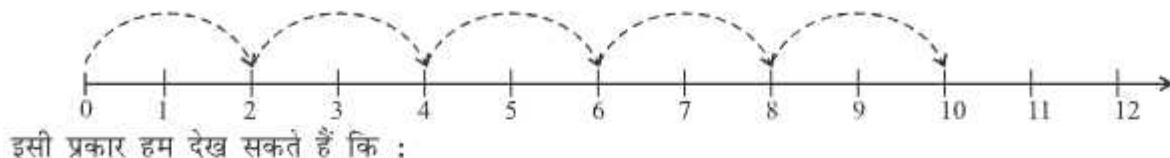


गुणन (गुणा)

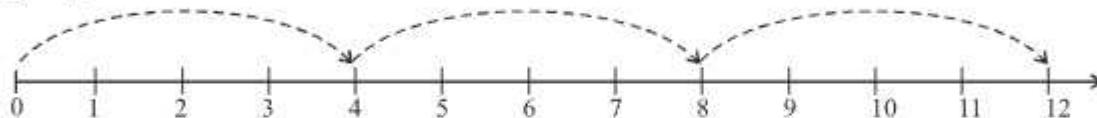
आइए अब संख्या रेखा के द्वारा दो पूर्ण संख्याओं का गुणन करते हैं। मान लीजिए हमें 2×5 ज्ञात करना है?

अब इस गुणनफल को ज्ञात करने के लिए सबसे पहले 0 से प्रारंभ करते हुए 2 को अंकित करते हैं और एक बार 2 मात्रकों के बराबर कदम चलिए और ऐसे 5 कदम चलिए। आप कहाँ पहुँचते हैं? आप 10 पर पहुँच जायेगे।

इसलिए $2 \times 5 = 10$



$4 \times 3 = 12$



अभ्यास प्रश्न-3.1

- संख्या रेखा का प्रयोग करके 3×5 , 3×4 और 4×3 को ज्ञात कीजिए।
- 5001 से ठीक पहले आने वाली तीन पूर्ण संख्यायें लिखिए।
- निम्न के पूर्ववर्ती और परवर्ती लिखिए :

(i) 5000	(ii) 4979	(iii) 76543
----------	-----------	-------------
- निम्न में से कौन-से कथन सत्य हैं :

(i) शून्य सबसे छोटी प्राकृत संख्या है।	(ii) 500, 499 का परवर्ती है।
(iii) सभी प्राकृत संख्यायें पूर्ण संख्यायें हैं।	(iv) सभी पूर्ण संख्यायें प्राकृत संख्यायें हैं।
(v) पूर्ण संख्या 0 का कोई पूर्ववर्ती नहीं होता है।	

आइए प्रयास करें

दी गई सारणी में खाली स्थानों को भरिए।

प्रथम संख्या	$+/-/\times/\div$	द्वितीय संख्या	परिणाम	पूर्ण संख्या (हाँ/नहीं)
5	+	3	-----	-----
8	+	0	-----	-----
8	\times	3	-----	-----
0	\times	17	-----	-----
6	-	3	-----	-----
4	-	5	-----	-----
4	\div	2	-----	-----
5	\div	3	-----	-----
5	\div	0	परिभाषित नहीं	-----

पूर्ण संख्याओं के गुण

गुण-I

- (i) उपर्युक्त सारणी में आपने देखा कि यदि दो पूर्ण संख्याओं का योग ज्ञात किया जाये अथवा उन्हें आपस में गुण किया जाए तो सदैव एक पूर्ण संख्या प्राप्त होती है।

$$3 + 4 = 7$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$2 + 6 = 8$$

$$2 \times 0 = 0$$

- (ii) इसी प्रकार आपने देखा कि दो पूर्ण संख्याओं के व्यवकलन एवं विभाजन का परिणाम सदैव एक पूर्ण संख्या नहीं होती है।

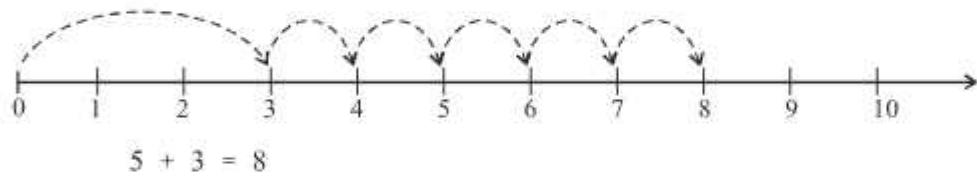
पूर्ण संख्याएँ व्यवकलन एवं विभाजन के अंतर्गत संवृत नहीं होती।

- (iii) पूर्ण संख्याओं का शून्य से विभाजन परिभाषित नहीं है।

गुण-II पूर्ण संख्याओं के योग और गुणन की क्रमविनिमेयता

संख्या रेखा की सहायता से निम्न योगफल ज्ञात कीजिए।

$$3 + 5 = 8$$



$$5 + 3 = 8$$



इस प्रकार हमने देखा कि दोनों ही परिस्थितियों में हमें 8 प्राप्त होता है। अर्थात् $3 + 5 = 5 + 3 = 8$

हम पूर्ण संख्याओं को किसी भी क्रम में (आगे-पीछे) जोड़ सकते हैं, पूर्ण संख्याओं का यह गुण योग की क्रम विनिमेयता कहलाता है। जैसे- $3 + 5 = 5 + 3 = 8$

जाँच कीजिए

- (i) पूर्ण संख्याओं के लिए, व्यवकलन (घटाना) क्रमविनिमेय नहीं है। इसकी जाँच संख्याओं के पाँच विभिन्न युग्म लेकर कीजिए।
- (ii) क्या $5 \div 3$ का मान $3 \div 5$ के बराबर है।

गुण-III योग और गुणन की सहचारिता

$$(i) (2 + 3) + 4 = 5 + 4 = 9$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \hline \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \hline \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \textcircled{0} & \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \hline \textcircled{0} & \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \hline \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \textcircled{0} & \textcircled{0} & \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \hline \textcircled{0} & \textcircled{0} & \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \hline \end{array}$$

$$(ii) 2 + (3 + 4) = 2 + 7 = 9$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \textcircled{0} \\ \hline \textcircled{0} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \textcircled{0} & \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \hline \textcircled{0} & \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \textcircled{0} \\ \hline \textcircled{0} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \textcircled{0} & \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \hline \textcircled{0} & \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \textcircled{0} & \textcircled{0} & \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \hline \textcircled{0} & \textcircled{0} & \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \hline \end{array}$$

हमने दोनों चित्रों की सहायता से देखा कि

$$(2+3)+4=2+(3+4)$$

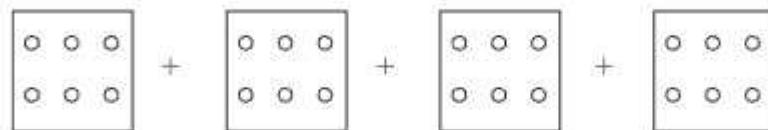
यह गुण पूर्ण संख्याओं के योग का साहचर्य गुण कहलाता है।

अब हम 5, 6 और 8 के लिए इस गुण की जाँच कर सकते हैं।

आइए प्रयास करें

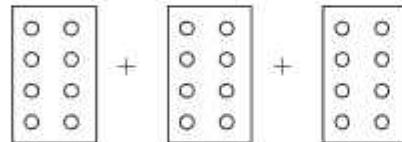
- संख्या 244, 387 और 113 को उचित क्रम में लगाकर जोड़िए।
- प्रश्न संख्या (i) में योग साहचर्य गुण की जाँच कीजिए।
- नीचे दिए गए चित्रों में गुणनफल की सहायता से बिंदुओं की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।

(a)



$$(3 \times 2) \times 4 = 6 \times 4 = 24$$

(b)



$$3 \times (2 \times 4) = 3 \times 8 = 24$$

क्या दोनों चित्रों में बिंदुओं की संख्या समान है यदि हाँ तो हम इस योगफल को इस प्रकार प्रदर्शित कर सकते हैं।

$$(3 \times 2) \times 4 = 3 \times (2 \times 4)$$

यहाँ हम देख सकते हैं कि तीन पूर्ण संख्याओं का गुणनफल ज्ञात करने के लिए हम उनको सहचर बदल कर गुणा कर सकते हैं।

यह पूर्ण संख्याओं के गुणन का सहचारी या साहचर्य गुण कहलाता है।

आइए प्रयास करें

- 7, 18 और 13 के लिए गुणन का सहचारी या साहचर्य गुण को सत्यापित कीजिए।

गुण-IV योग पर गुणन का वितरण

मान लीजिए कि आपको स्कूल जाते समय रोजाना ₹ 5 लंच के लिए और ₹ 10 रिक्षा के लिए मिलते हैं। इस प्रकार आप एक सप्ताह में कुल कितना खर्च करते हैं।

खर्च की गणना :

विधि-I : लंच के लिए 7 दिन की राशि ज्ञात कीजिए।

रिक्षा के लिए 7 दिन की राशि ज्ञात कीजिए।

फिर इन्हें जोड़िए।

$$\text{लंच की लागत} = ₹ 5 \times ₹ 7 = ₹ 35$$

$$\text{रिक्शा की लागत} = ₹ 10 \times ₹ 7 = ₹ 70$$

$$\begin{aligned}\text{कुल लागत} &= (₹ 5 \times ₹ 7) + (₹ 10 \times ₹ 7) = (₹ 35 + ₹ 70) \\ &= ₹ 105\end{aligned}$$

विधि-II

एक दिन का कुल खर्च ज्ञात कीजिए।

इसके बाद इसे 7 से गुणा कीजिए।

एक दिन का कुल खर्च = (लंच का खर्च + रिक्शा का खर्च) = (5 + 10)

$$\begin{aligned}7 \text{ दिन का कुल खर्च} &= 7 \times (5 + 10) \\ &= 7 \times 15 \\ &= ₹ 105\end{aligned}$$

इस उदाहरण के द्वारा हम देख सकते हैं कि

$$7 \times (5 + 10) = (7 \times 5) + (7 \times 10)$$

यह सिद्धांत योग पर गुणन के वितरण को सिद्ध करता है।

अभ्यास प्रश्न-3.2

1. वितरण गुण प्रयोग करते हुए $69 \times 76 + 69 \times 24$ का मान ज्ञात कीजिए।
2. उपयुक्त क्रम में लगाकर योग ज्ञात कीजिए।

(a) $532 + 327 + 468$	(b) $1962 + 463 + 1560 + 640$
-----------------------	-------------------------------
3. उपयुक्त क्रम में लगाकर गुणनफल ज्ञात कीजिए।

(a) $2 \times 1765 \times 50$	(b) $4 \times 545 \times 25$
(c) $286 \times 5 \times 60$	(d) $125 \times 40 \times 25$
4. निम्नलिखित में से प्रत्येक का मान ज्ञात कीजिए।

(a) $298 \times 15 + 298 \times 5$	(b) $268 \times 38 + 268 \times 12$
------------------------------------	-------------------------------------
5. उपयुक्त गुणों का प्रयोग करते हुए गुणनफल ज्ञात कीजिए।

(i) 785×104	(ii) 857×103
(iii) 257×108	(iv) 1004×167

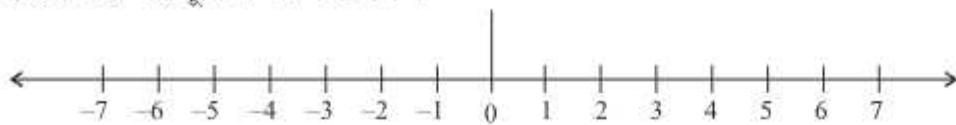
पूर्णक

वे संख्यायें जो गिनती करने के लिए प्रयोग में लायी जाती हैं उन्हें प्राकृत संख्यायें कहते हैं। और यदि इन संख्याओं में 0 और मिला दिया जाये तो संख्याओं का नया समूह, पूर्ण संख्यायें कहलाती है। हम शून्य से छोटी संख्याओं को भी प्राप्त कर सकते हैं। इन संख्याओं को प्राप्त करने के लिए हमें एक चिह्न का प्रयोग करने की आवश्यकता होती है। इसके लिए उस संख्या के आगे ऋण (-) चिह्न का प्रयोग किया जाता है। इससे यह प्रदर्शित होता है कि ऋणात्मक चिह्न लगी हुई संख्यायें शून्य से छोटी होती हैं। इन्हें ऋणात्मक संख्यायें कहते हैं।

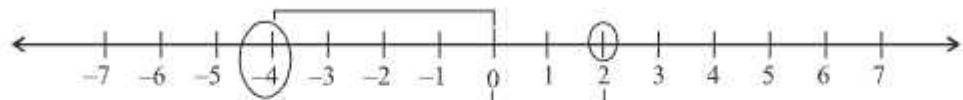
-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11...

इन सभी संख्याओं के समूह को पूर्णक कहते हैं।

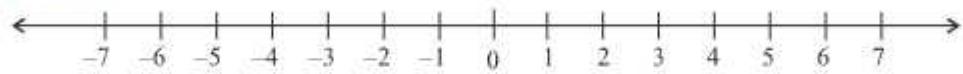
- संख्या रेखा पर पूर्णांकों का निरूपण :



एक रेखा खींचिए और उस पर कुछ बिंदु अंकित कीजिए जैसा कि ऊपर आकृति में दिखाया गया है। शून्य के दायीं ओर के बिंदु धनात्मक पूर्णांक हैं और बायीं ओर के बिंदु ऋणात्मक पूर्णांक हैं और इन्हें $-1, -2, -3, \dots$ से अंकित किया गया है। इस रेखा पर -4 को अंकित करने के लिए हम शून्य के बायीं ओर 4 इकाई दूरी चलते हैं। और $+2$ को अंकित करने के लिए शून्य के दायीं ओर 2 इकाई दूरी चलते हैं।



पूर्णांकों में क्रमबद्धता



हम जानते हैं कि $6 > 4$ होता है और ऊपर खींची गई संख्या रेखा से हम देखते हैं कि संख्या 6 संख्या 4 के दायीं ओर स्थित है। संख्या -3 संख्या -7 के दायीं ओर स्थित है इसलिए $-3 > -7$ है।

इस प्रकार हम देखते हैं कि संख्या रेखा पर जब हम दायीं ओर चलते हैं तो संख्या का मान बढ़ता है और जब हम बायीं ओर चलते हैं तो संख्या का मान घटता जाता है।

अतः $-3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3$ इत्यादि।

अतः पूर्णांकों के संग्रह को निम्न प्रकार लिखा जाता है।

.... $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

आइए प्रयास करें

- तुलना कीजिए।

(i) $0 \boxed{\quad} -8$	(ii) $-1 \boxed{\quad} -16$	(iii) $6 \boxed{\quad} -5$
(iv) $12 \boxed{\quad} 15$	(v) $13 \boxed{\quad} 14$	(vi) $-16 \boxed{\quad} 2$

- निम्नलिखित के विपरीत लिखिए।

(i) भार. में वृद्धि	(ii) 30 किमी. उत्तर दिशा
(iii) 326 ई. पू.	(iv) 700 ₹ की हानि

संख्या रेखा पर पूर्णांकों का जोड़ना (योग)

आइए संख्या रेखा पर 3 और -5 को जोड़ें।



संख्या रेखा पर पहले हम 0 से प्रारंभ करके 0 के दायीं ओर 3 कदम चलते हैं और 3 पर पहुंचते हैं और फिर हम बायीं ओर 5 कदम चलते हैं और -2 पर पहुंचते हैं इस प्रकार हमें $3 + (-5) = -2$ प्राप्त होता है।

आइए संख्या रेखा पर 4 और -6 को जोड़ें।

अब $(-9) + (+4) + (-6) + (+3)$ का योग ज्ञात करते हैं :

इस योग को ज्ञात करने के लिए हम संख्याओं को इस प्रकार व्यवस्थित करते हैं कि धनात्मक पूर्णांक एक समूह में हो और ऋणात्मक पूर्णांक एक समूह में हो। इस प्रकार

$$\begin{aligned} & (-9) + (+4) + (-6) + (+3) \\ & = (-9) + (-6) + (+4) + (+3) = (-15) + (+7) = -8 \end{aligned}$$

आइए प्रयास करें

1. संख्या रेखा का प्रयोग करते हुए वह पूर्णांक ज्ञात कीजिए जो :

(a) 5 से 3 अधिक है (b) 4 से 6 कम है

2. संख्या रेखा का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित योग ज्ञात कीजिए :

(a) $9 + (-4)$ (b) $6 + (-7)$ (c) $(-5) + (4) + (-3)$

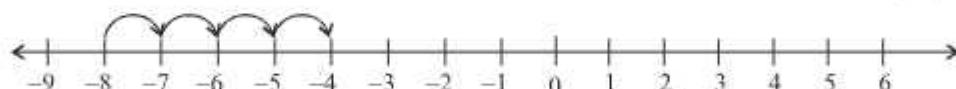
संख्या रेखा की सहायता से पूर्णांकों का व्यवकलन (घटाना)

जैसा कि हमने अभी सीखा है कि संख्या रेखा पर धनात्मक पूर्णांकों को जोड़ने के लिए हम संख्या रेखा पर दायीं ओर को चलते हैं। तथा एक ऋणात्मक पूर्णांक को जोड़ने के लिए हम संख्या रेखा पर बायीं ओर को चलते हैं।

आइए इसे एक उदाहरण की मदद से समझते हैं। मान लीजिए हमें संख्या रेखा की सहायता से $(-8) - (-4)$ का मान ज्ञात करना है।

$\therefore -4$ का योज्य प्रतिलिप्त $+4$ है, इसलिए $(-8) - (-4) = -8 + 4$ है।

\therefore संख्या रेखा पर हम -8 से आरंभ करके 4 कदम दायीं ओर चलेंगे और इस प्रकार $-8 - (-4) = -4$ है।



इस प्रकार हम कह सकते हैं, एक पूर्णांक में से एक अन्य पूर्णांक घटाने के लिए, यह पर्याप्त है कि घटाए जाने वाले पूर्णांक के योज्य प्रतिलिप्त को दूसरे पूर्णांक में जोड़ लिया जाये।

अभ्यास प्रश्न-3.3

1. घटाइए :

- | | |
|-----------------|---------------------|
| (a) $40 - (25)$ | (c) $(-32) - (-40)$ |
| (b) $35 - (11)$ | (d) $(-20) - (13)$ |

2. रिक्त स्थानों को $>$, $<$ या $=$ से भरिए-

- | | |
|---------------------------|-----------------|
| (a) $(-4) + (-6) \dots$ | $(-4) - (-6)$ |
| (b) $(-31) - (-10) \dots$ | $(-31) + (10)$ |
| (c) $(-25) - (-17) \dots$ | $(-17) - (-25)$ |

3. रिक्त स्थानों को भरिए-

- | | |
|----------------------------|-------------------------|
| (a) $(-9) + \dots = 0$ | (b) $17 + \dots = 0$ |
| (c) $(12) + (-12) = \dots$ | (d) $(-4) + \dots = 12$ |

4. निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए।

- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| (a) $(-8) + (4) - (-25)$ | (b) $(-12) + (22) - 6 - 1$ |
| (c) $(-7) + (-6) + (-93)$ | (d) $(40) - (-30) - (-3)$ |

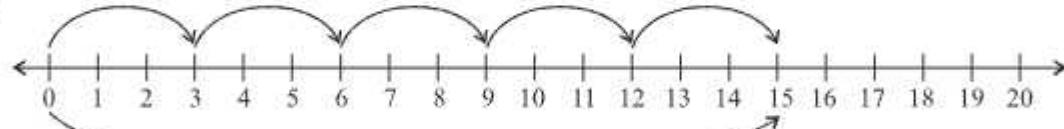
5. निम्नलिखित का योग ज्ञात कीजिए।

- | | |
|----------------------|----------------------|
| (a) 156 और -312 | (b) -42 और 78 |
| (c) -512, 16 और -192 | (d) -40, -300 और 125 |

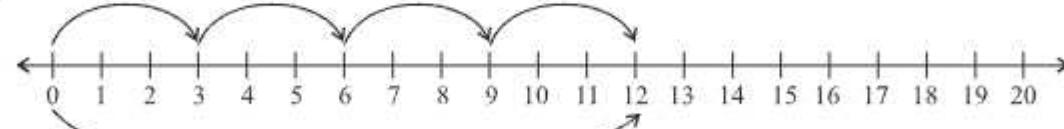
उत्तरमाला

अभ्यास प्रश्न-3.1

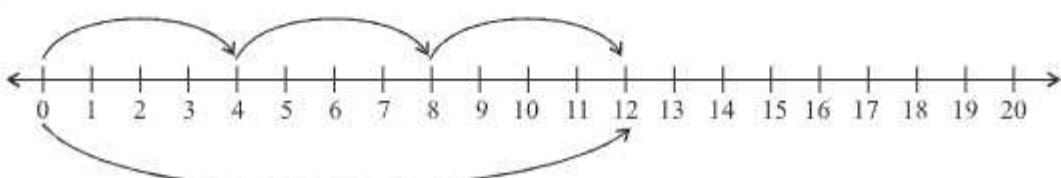
1. 3×5



3×4



4×3



2. 4998, 4999, 5000
3. (i) 4999, 5001 (ii) 4978, 4980
(iii) 76542, 76544
4. (i) असत्य (ii) सत्य
(iii) सत्य (iv) असत्य
(v) सत्य

अभ्यास प्रश्न-3.2

1. $69 \times (76 + 24) = 69 \times 100 = 6900$
2. (a) 1327 (b) 4625
3. (a) 176500 (b) 54500 (c) 85800 (d) 125000
4. (a) 5960 (b) 13400
5. (i) $785 \times 104 = 785 \times (100 + 4) = 78500 + 3140 = 81640$
(ii) $857 \times 103 = 857 \times (100 + 3) = 85700 + 2571 = 88271$
(iii) $257 \times 108 = 257 \times (100 + 8) = 25700 + 2056 = 27756$
(iv) $1004 \times 167 = (1000 + 4) \times 167 = 167000 + 668 = 167668$

अभ्यास प्रश्न-3.3

1. (a) 15 (b) 24 (c) 8 (d) -33
2. (a) < (b) = (c) <
3. (a) 9 (b) -17 (c) 0 (d) 16
4. (a) 21 (b) 3 (c) -106 (d) 73
5. (a) -156 (b) 36 (c) -688 (d) -215

विद्यार्थी प्रगति पत्रक

शिक्षक/शिक्षिका विगत पाठ्य-सामग्री के आधार पर विद्यार्थी की प्रगति को निम्नलिखित तालिका में अंकित करें।

क्र.सं.	अधिगम संप्राप्ति	3.	2.	1.
		सक्षम है	सहायता से करता/करती है	सुधार की आवश्यकता है
1.	----- ----- -----			
2.	----- ----- -----			
3.	----- ----- -----			
4.	----- ----- -----			
5.	----- ----- -----			
6.	----- ----- -----			
7.	----- ----- -----			
8.	----- ----- -----			
9.	----- ----- -----			
10.	----- ----- -----			

4

अध्याय

भिन्न

इस पाठ से हम सीखेंगे

- भिन्न की पहचान
- भिन्नों में आधा $\left(\frac{1}{2}\right)$, एक तिहाई $\left(\frac{1}{3}\right)$, एक चौथाई $\left(\frac{1}{4}\right)$ की पहचान एवं समझ।
- भिन्न में अंश एवं हर की पहचान
- भिन्न का दैनिक जीवन में उपयोग

आवश्यक सामग्री

रंगीन कागज, चॉक, रंग, पैन्सिल, रस्सी, चॉकलेट तथा इसी प्रकार की अन्य वस्तुएँ।

आइए चर्चा करें

दैनिक जीवन में एक वस्तु या वस्तुओं के समूह को बाँटने के लिए हमें धिन्नों की आवश्यकता पड़ती है जैसे उदाहरण के लिए आधी रोटी, आधा गिलास दूध, आधा सेब, आधी प्याली चाय, आधा दर्जन केले आदि।

एक रस्सी लीजिए। अब इसको बीच से दोहरी कर मोड़ दीजिए तथा दोनों तरफ से बराबर कर चित्र की भाँति बीच में से काट दीजिए। इस प्रकार हम देखते हैं कि रस्सी के दो बराबर टुकड़े (भाग) हो गए हैं।



एक सिरा

दूसरा सिरा

एक टुकड़ा

दूसरा टुकड़ा

एक सिरा

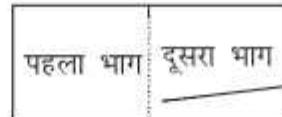
दूसरा सिरा

रस्सी बीच से कटी स्थिति में

एक कागज का आयताकार टुकड़ा लेकर उसे चित्र की भाँति बराबर कर बीच से मोड़िए, हम देखते हैं कि आयताकार टुकड़े को दो बराबर भागों में बाँटा गया है।



आयताकार कागज



मोड़ने के बाद आयताकार कागज

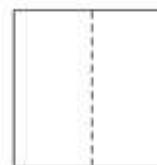
→ मोड़ने का निशान

अब हम विभिन्न आकृतियों को रंगीन कागज लेकर चित्र की तरह मोड़कर उनके आधे भाग कर सकते हैं।
जैसे—

(i) त्रिभुजाकार कागज



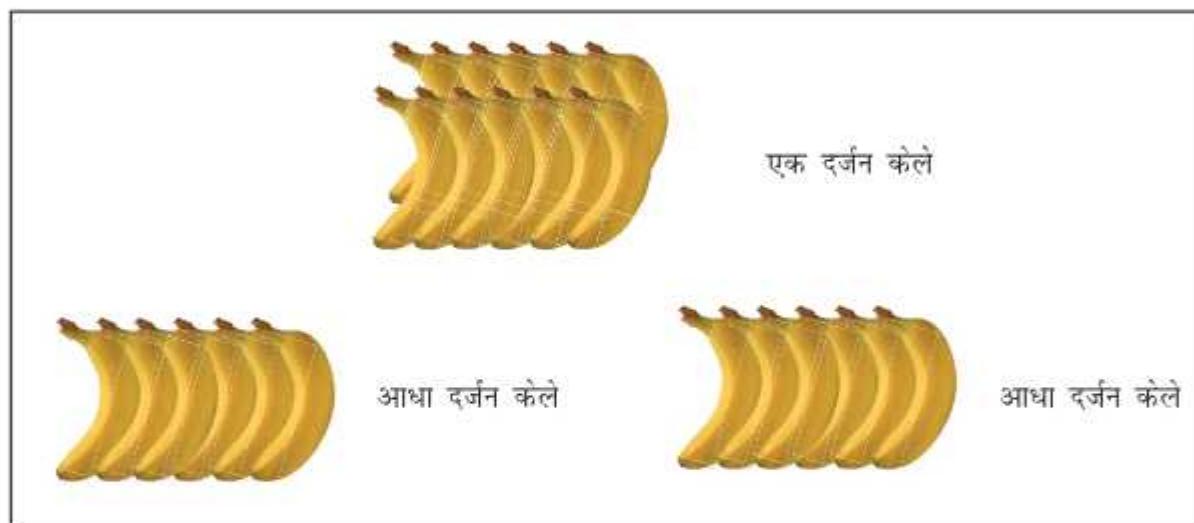
(ii) वर्गाकार कागज



क्रियाकलाप

क्या आप किसी वर्गाकार कागज को कुछ और अन्य तरीकों से दो बराबर भागों में बाँट सकते हैं?

रहीम एक दर्जन केलों को दो बराबर भागों में बांटना चाहता है। आधे दर्जन केलों की संख्या कितनी है? आधे दर्जन केलों की संख्या छः है।



आधा : जब एक पूरे भाग को दो बराबर भागों में बाँटा जाता है तो प्रत्येक भाग पूर्ण भाग का आधा भाग कहलाता है।

अर्थात् 'आधा' पूर्ण भाग के दो बराबर भागों में से 'एक' भाग है तथा गणित में इसको $\frac{1}{2}$ (एक बटा दो) लिखते हैं।

आइए प्रयास करें

- आकृति के 'एक बटा दो' भाग में रंग भरो।



- गेंदों की कुल संख्या = 6

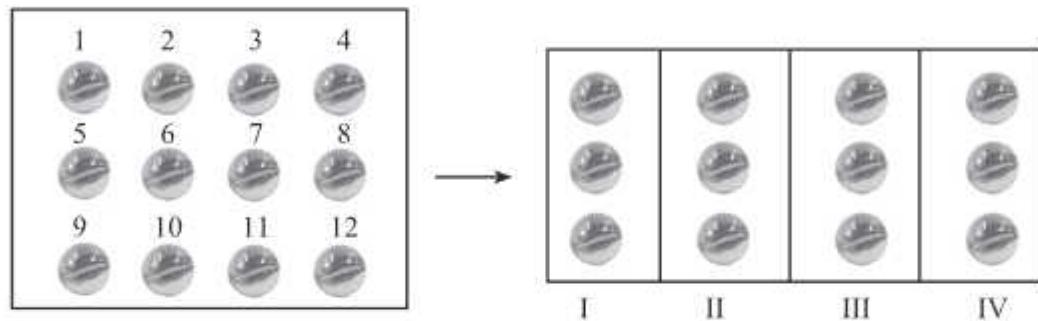


गेंदों की कुल संख्या का आधा = 3

आधी गेंदों में लाल रंग भरे एवं आधी बची हुई गेंदों में नीला रंग भरे।

एक चौथाई $\left(\frac{1}{4}\right)$

शमा बारह कंचे लाती है और उन्हें चार बराबर भागों में इस तरह बाँटती है।



इस तरह एक भाग में कंचों की संख्या तीन है।

कुल कंचों की संख्या = 12

एक भाग को भिन्न रूप में लिखना
(पहले भाग को भिन्न में लिखना)



$$\text{भिन्न} = \frac{\text{पहले भाग में कंचों की संख्या}}{\text{कुल कंचों की संख्या}}$$

$$\text{भिन्न} = \frac{3}{12} \text{ (तीन बटे बारह)}$$

पहले भाग एक बटा चार को एक चौथाई भी कहते हैं। या $\frac{\text{एक भाग}}{\text{कुल भागों की संख्या}}$
 $= \frac{1}{4}$ (एक बटा चार)

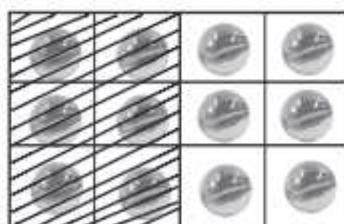
बारह कंचों में तीन कंचे कुल कंचों के एक चौथाई भाग कहलाते हैं।

इसी प्रकार प्रत्येक भाग में तीन-तीन कंचे रखे गये हैं। चारों भागों में कंचों की संख्या बराबर है।

$$\text{दो भागों में कंचों की संख्या} = 3 + 3$$

$$= 6$$

छांसाकित भाग को भिन्न में लिखना।



पहला दूसरा तीसरा चौथा
भाग भाग भाग भाग

दो भाग छांसाकित हैं, अतः

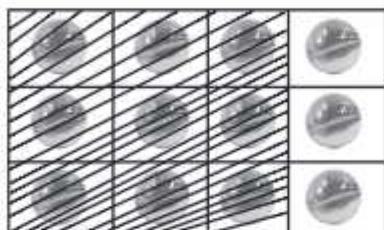
$$\text{भिन्न} = \frac{6}{12} \text{ (छः बटे बारह)}$$

$$= \frac{6 \div 6}{12 \div 6} = \frac{1}{2} \text{ (छ: से अंश व हर को भाग करने पर)}$$

एक दर्जन कंचों के आधे कंचे छ: होते हैं।

$$\begin{aligned} \text{एक दर्जन कंचों के चार भागों में से तीन भागों की संख्या} &= 3 + 3 + 3 \\ &= 9 \end{aligned}$$

छायाकित भाग को भिन्न रूप में लिखना।



तीन भाग छायाकित हैं।

पहला दूसरा तीसरा चौथा
भाग भाग भाग भाग

$$\text{भिन्न} = \frac{\text{छायाकित भाग में कंचों की संख्या}}{\text{कुल कंचों की संख्या}} = \frac{9}{12} \text{ (नौ बटे बारह)}$$

$$\text{अंश व हर को } 3 \text{ से भाग करने पर} = \frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{3}{4} \text{ (तीन बटे चार)}$$

$$\text{भिन्न} = \frac{\text{छायाकित भाग में कंचों की संख्या}}{\text{कुल कंचों की संख्या}} = \frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{3}{4}$$

$\frac{3}{4}$ (तीन बटे चार) को हम तीन चौथाई कंचों की संख्या 9 (नौ) हैं।

एक दर्जन कंचों के तीन चौथाई कंचों की संख्या 9 (नौ) है।

इस प्रकार हम अनेक वस्तुओं को एक चौथाई $\left(\frac{1}{4}\right)$, आधा $\left(\frac{1}{2}\right)$ एवं तीन चौथाई $\left(\frac{3}{4}\right)$ भागों में बाँट सकते हैं।

राहुल ने एक आयताकार कागज को लेकर बीच में से मोड़ा

आयताकार कागज

$\frac{1}{2}$ (आधा टुकड़ा)

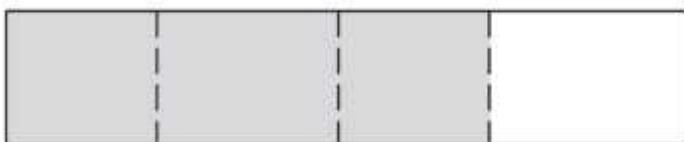
$\frac{1}{2}$ (आधा टुकड़ा)

(कागज के मोड़ का निशान)

कागज को एक बार फिर दोबारा मोड़ने पर हमें कागज के चार बराबर भाग दिखाई देते हैं। और तीन जगह मोड़ के निशान दिखाई देते हैं।

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
---------------	---------------	---------------	---------------

राहुल को अब प्रत्येक भाग कागज के एक चौथाई या $\frac{1}{4}$ के रूप में दिखाई देता है। यदि इसके तीन भागों को छायांकित किया जाता है तो हमें कागज के टुकड़े का तीन चौथाई भाग छायांकित टुकड़े के रूप में दिखाई देगा।



कागज के कुल भाग/टुकड़े = 4

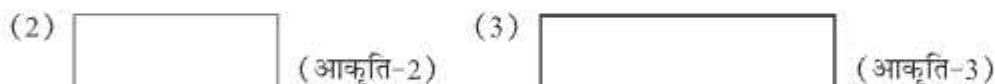
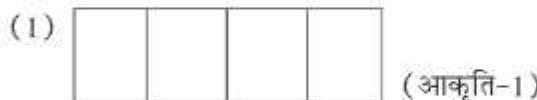
छायांकित भागों की संख्या = 3

छायांकित भाग भिन्न = $\frac{3}{4}$ या तीन चौथाई

इसे तीन बटे चार पढ़ते हैं।

आइए प्रयास करें

(क) अमीना ने एक आयत को चार बराबर भागों में इस तरह (आकृति-1) बाँटा है। आप भी इन आयताकार आकृतियों (आकृति-2 तथा 3) को चार बराबर भागों में बाँटिए। इन सभी आयतों में लाल रंग से एक चौथाई ($\frac{1}{4}$) भाग को भरिए।

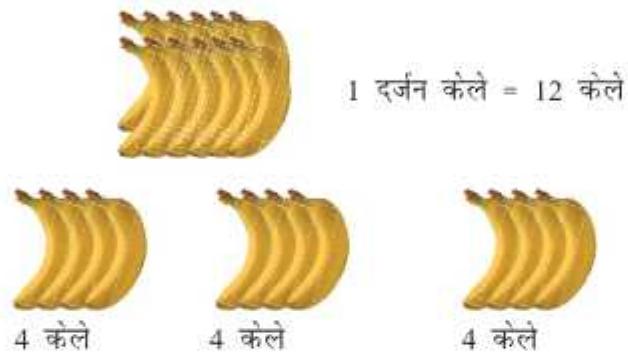


(ख) इस वर्ग के आधे $\left(\frac{1}{2}\right)$ भाग में नीला रंग भरिए।



एक तिहाई $\left(\frac{1}{3}\right)$

रेखा ने एक दर्जन केले खरीदे और वह इन्हें तीन बराबर भागों में बाँटती है।



चित्र में रेखा एक दर्जन केलों को तीन बराबर भागों में बाँटती है।

यहाँ हर एक भाग में चार-चार केले हैं। इसका अर्थ है—

12 केलों का एक तिहाई भाग चार केले होता है।

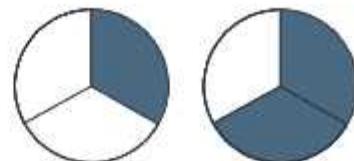


चित्र की भाँति एक वृत के तीन बराबर भाग करने पर प्राप्त हर एक भाग पूर्ण वृत का एक तिहाई भाग होता है।

एक तिहाई भाग को गणित में $\frac{1}{3}$ (एक बटे तीन) लिखते हैं।

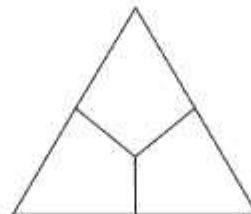
इसी प्रकार यदि दो भागों को हम देखे तो वे वृत्त का दो तिहाई भाग कहलाते हैं और गणित में $\frac{2}{3}$ (दो बटे तीन) लिखते हैं।

हमने यहाँ त्रिभुज के $\frac{1}{3}$ भाग में और $\frac{2}{3}$ भाग में रंग भरा है।



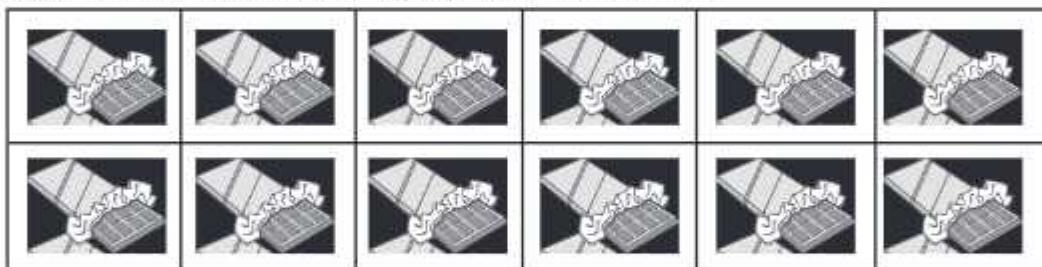
क्रियाकलाप

- इस त्रिभुज को तीन बराबर हिस्सों में बाँटा गया है। प्रत्येक तिहाई भाग में अलग-अलग रंग भरिए।



आइए प्रयास करें

- समबाहु त्रिभुज को अलग तरीके से तीन बराबर हिस्सों में बाँटने की कोशिश करिए। प्रत्येक तिहाई भाग से अलग-अलग रंग भरिए।
- मंजीत के पास बारह चॉकलेट थी। उसने उनमें से एक चौथाई रीमा को, एक तिहाई अमीना को और बाकी बच्ची चॉकलेट स्वयं खा ली। प्रत्येक को कितनी-कितनी चॉकलेट मिली?



मंजीत



रीमा

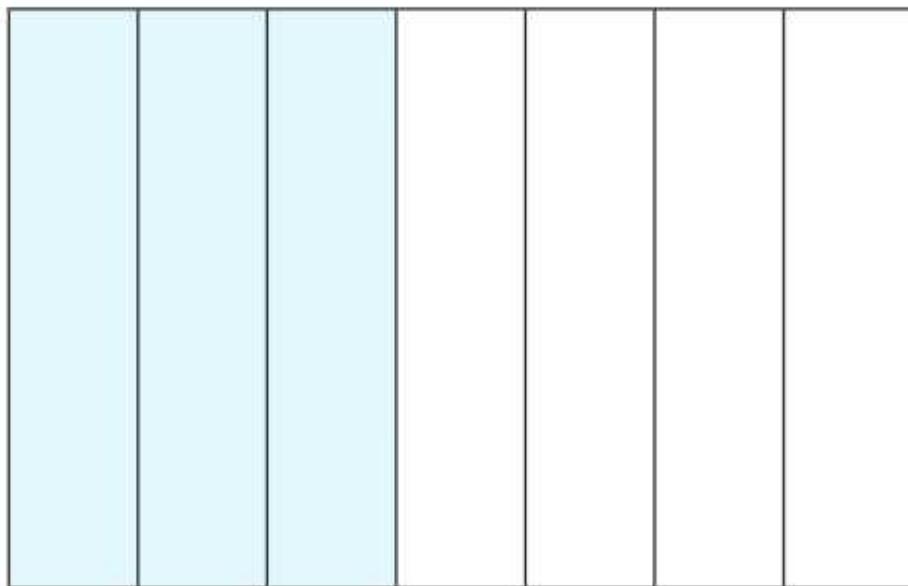


अमीना

क्या यह बंटवारा सही है?

भिन्न

भिन्न वह संख्या है जो एक पूर्ण का कुछ या पूरा भाग दर्शाती है। यह पूर्ण एक अकेली वस्तु हो सकती है अथवा वस्तुओं का एक समूह भी हो सकता है। ये सभी भाग बराबर होने चाहिए।



इस आयत को हमने 7 बराबर भागों में बाँटा है और तीन भागों में रंग भरा है।

रंग हुए भाग पूर्ण आयत का कितना हिस्सा है?

इसे हमें भिन्न से दर्शायेंगे

$$\text{भिन्न} = \frac{\text{रंगे हुए भागों की संख्या}}{\text{आयत के कुल भागों की संख्या}}$$

$$= \frac{3}{7}$$

इस भिन्न को दो संख्याओं के ऊपर नीचे एक रेखा '—' द्वारा अलग करके लिखा जाता है। रेखा के ऊपरवाली संख्या को अंश और नीचे वाली संख्या को हर कहते हैं।

$\frac{3}{7}$ भिन्न में 3 अंश है और 7 हर है।

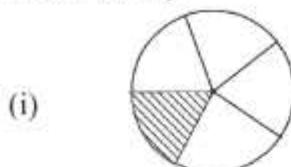
प्रयास कीजिए

$\frac{5}{12}$ में अंश = और हर =

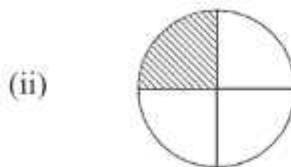
$\frac{4}{15}$ में अंश = और हर =

अभ्यास प्रश्न -4

(1) मिलान कीजिए।



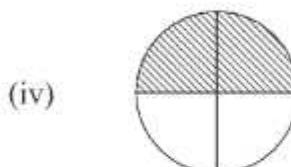
(a) $\left(\frac{2}{3}\right)$



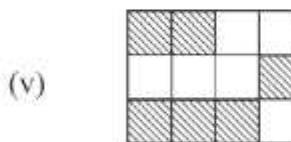
(b) $\left(\frac{1}{4}\right)$



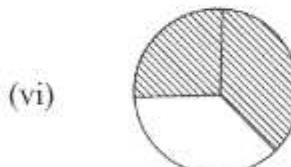
(c) $\left(\frac{2}{4}\right)$



(d) $\left(\frac{1}{5}\right)$

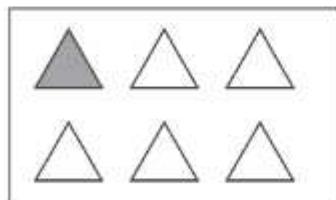


(e) $\left(\frac{3}{4}\right)$

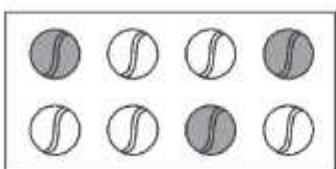


(f) $\left(\frac{6}{12}\right)$

2.



छायाकित भाग को भिन्न संख्या में लिखिए।



रंगीन गेंदों को भिन्न संख्या में लिखिए।

○	×	○	×	×	○	○	×
×	×	×	×	○	○	×	×
○	○	○	×	×	×	○	×

भिन्न रूप में ○ की संख्या लिखिए

भिन्न रूप में × की संख्या लिखिए

उत्तरमाला

अभ्यास प्रश्न-4

- | | | |
|----------------------|--------------------------------|--------------------------------------|
| 1. (i) | (d) $\frac{1}{5}$ | |
| (ii) | (b) $\frac{1}{4}$ | |
| (iii) | (e) $\frac{3}{4}$ | |
| (iv) | (c) $\left(\frac{2}{4}\right)$ | |
| (v) | (f) $\frac{6}{12}$ | |
| (vi) | (a) $\frac{2}{3}$ | |
| 2. (i) $\frac{1}{6}$ | (ii) $\frac{3}{8}$ | (iii) $\frac{10}{24}, \frac{14}{24}$ |

5

अध्याय

दशमलव

इस पाठ से हम सीखेंगे

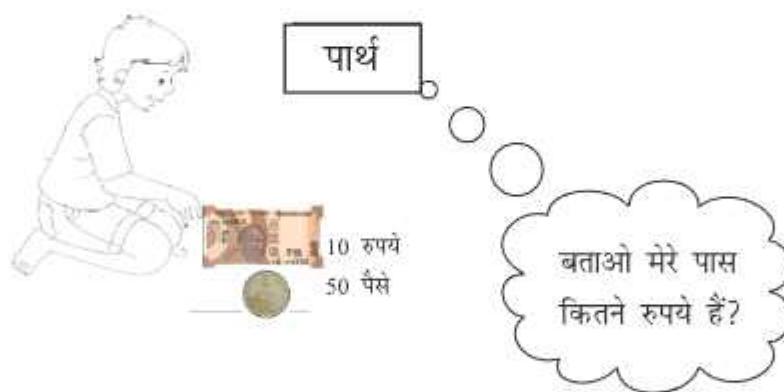
- दशांश का अर्थ
- दशमलव का अर्थ
- दशमलव का दैनिक जीवन में उपयोग
- घिन को दशमलव रूप में बदलना
- शतांश का अर्थ
- दशमलव संख्याओं की तुलना



आवश्यक सामग्री

रंगीन कागज, पैसिल, रस्सी, ग्राफ पेपर, रंग तथा इसी प्रकार की अन्य वस्तुएँ।

आइए चर्चा करें



पार्थ के पास 10 रुपये एवं पचास पैसे हैं इन्हें हम 10.50 रुपये के रूप में लिख सकते हैं। यहाँ ₹ 10.50 में (.) बिन्दु को दशमलव कहते हैं। इस पाठ के द्वारा हम दशमलव के बारे में सीखेंगे।

दशांश

क्रियाकलाप

रंगीन कागज की एक आयाताकार पट्टी लीजिए।

। पूर्ण इकाई

इस पट्टी को दस बराबर भागों में बँटिए।

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

इन दस बराबर भागों में से 1 भाग में रंग भरिए।



रंग वाले भाग को भिन्न में लिखने का तरीका

$$\text{भिन्न} = \frac{\text{रंग वाले भागों की संख्या}}{\text{कुल भागों की संख्या}}$$

रंग वाले भागों की संख्या = 1

कुल भाग = 10

$$\text{भिन्न} = \frac{1}{10}, \text{ ये इकाई का दसवां हिस्सा या दशांश है।}$$

दशमलव

अंश में लिखी हुई संख्या में दाएं से बाई ओर अंक गिनते हैं। हर में लिखी हुई संख्या के शून्य की संख्या गिनकर ही हम अंश के उतने ही अंकों के आगे बिन्दु लगाते हैं। इस 'बिन्दु' को दशमलव कहते हैं।

जैसे $\frac{1}{10}$ में अंश में एक (1) अंक है और हर में शून्य की संख्या भी एक है।

इस तरह हम अंश के अंकों को दाएं से बाई ओर गिनते हुए केवल एक अंक के पहले ही 'बिन्दु' लगाएंगे बिन्दु से पहले यदि कोई अंक न हो तो शून्य लगाते हैं।

$$\frac{1}{10} = 0.1 \text{ इसमें लगे हुए 'बिन्दु' को दशमलव कहते हैं।}$$

इसे हम इस प्रकार पढ़ते हैं—“शून्य दशमलव एक” तथा लिखते हैं 0.1 यहाँ पर शून्य इकाई का अंक है और 'बिन्दु' दशमलव है। दशमलव के बाद 1 दशांश है। अर्थात् एक पूर्ण इकाई का दसवां हिस्सा।

$\frac{1}{10}$ का अर्थ दशांश भी है अर्थात् एक पूर्ण इकाई के दस बराबर भागों में से केवल एक भाग को दशांश द्वारा दर्शाया जाता है।

$\frac{1}{10}$ का दशमलव रूप 0.1 है।

आइए प्रयास करें

यदि इस पट्टी के तीन भागों में रंग भरा हो तो दशमलव रूप में लिखो।

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

रंग भरे हुए भागों की संख्या = 3

कुल भाग = 10

रंग के भागों को भिन्न रूप में लिखना

$$\text{भिन्न} = \frac{3}{10} \text{ (तीन बटे दस)}$$

दशमलव रूप = 0.3 (शून्य दशमलव तीन)

भिन्न को दशमलव रूप में बदलना

पहली विधि

(1) $\frac{2}{5}$ को दशमलव रूप के बदलने के लिए—

भिन्न के हर को 10 बनाने के लिए प्रयास करते हैं। गुणा करके या भाग करके संख्या (हर) को 10 बनाना होता है। जैसे 5 को 2 से गुणा करने पर 10 प्राप्त होता है।

$\therefore \frac{2}{5}$ के अंश व हर को 2 से गुणा करने पर प्राप्त भिन्न

$$\frac{2}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{10}$$

भिन्नों की गुणन क्रिया के अन्तर्गत अंश को अंश एवं हर को हर से गुणा करते हैं।

$$\frac{4}{10} \text{ (चार बटे दस)} = 0.4 \text{ (शून्य दशमलव चार)}$$

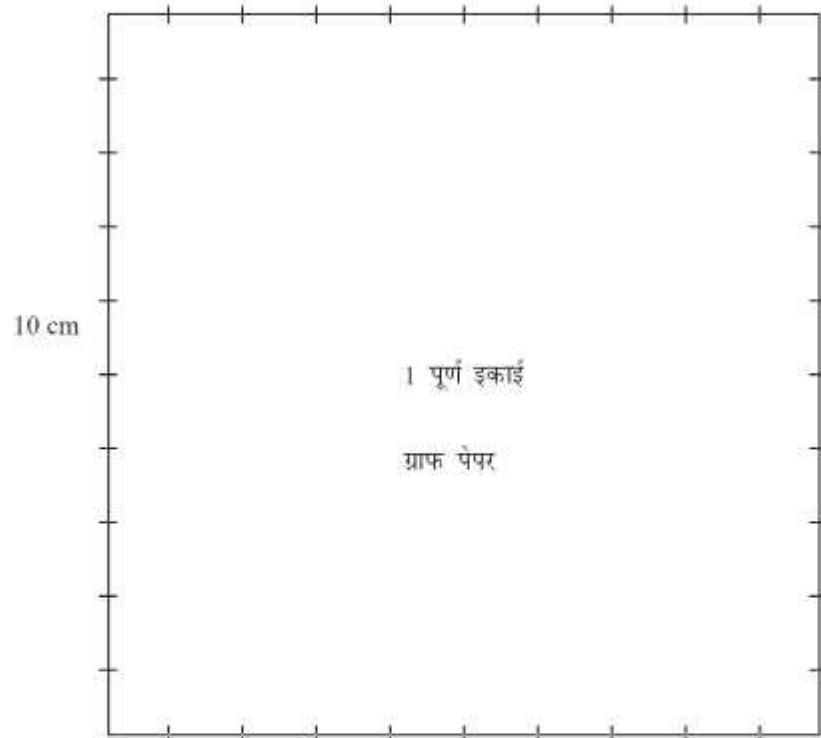
दूसरी विधि

(1) $\frac{2}{5}$ को दशमलव रूप में बदलने के लिए भिन्न के हर से अंश को भाग करने पर हम दशमलव रूप में संख्या प्राप्त कर सकते हैं।

$$\begin{array}{r}
 5 \overline{) 2.0} (0.4 \\
 \underline{-20} \\
 \times \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad \frac{2}{5} = 0.4 \text{ (शून्य दशमलव चार)}$$

शतांश (सौंचा हिस्सा)

एक ग्राफ पेपर पर 10×10 का वर्ग बनाइए।



दूसरे ग्राफ पेपर पर 10×10 का वर्ग उसमें 100 छोटे-छोटे वर्गों को दर्शाइए जो सभी वर्ग समान होने चाहिए।

पहला वर्ग	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	वर्ग

सौंचा वर्ग

इस वर्ग में 100 वर्ग दर्शाए गये हैं। प्रत्येक वर्ग इस पूर्ण आकृति को सौंचा भाग है।

1 पूर्ण इकाई के सौंचे भाग को शतांश कहते हैं।

छायांकित वर्गों की संख्या = 1 वर्ग

कुल वर्गों की संख्या = 100

मिन रूप (छायांकित वर्ग) = $\frac{1}{100}$
इसे एक बटा सौ पढ़ते हैं।

$\frac{1}{100}$ को दशमलव रूप में लिखना :

अंश के अंकों की संख्या दाएँ से बाई ओर को गिनते हैं।

हर में 1 के पीछे शून्य की संख्या के अनुसार अंश के अंकों के आगे बिन्दु या दशमलव लगाते हैं।

जैसे यहाँ 100 में दो शून्य हैं इसलिए अंश के दो अंकों से पहले दशमलव या बिन्दु लगाएं। अंश में यदि दो अंक न हो तो दिए गए अंक के बाई ओर शून्य लगाकर दशमलव लगाएं। दशमलव के बाई ओर कोई अंक न हो तो इकाई स्थान पर भी शून्य लगाएं।

$$\frac{1}{100} = 0.01 \text{ शून्य दशमलव शून्य एक}$$

जैसे

(i) $\frac{53}{100} = 0.53$ अंश के दो अंकों के आगे दशमलव लगाया गया है (शून्य दशमलव पाँच तीन)

(ii) $\frac{122}{100} = 1.22$ (एक दशमलव दो दो)

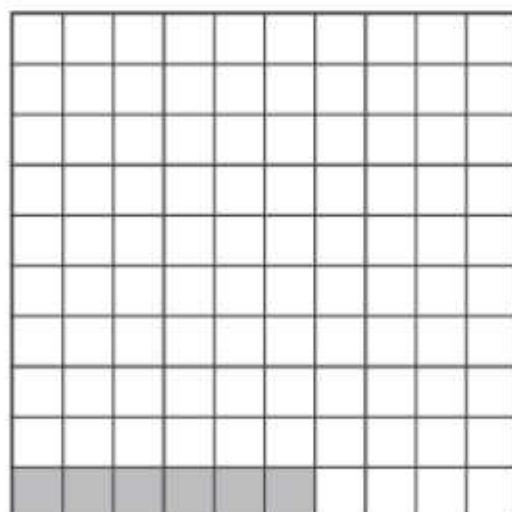
प्रयास कीजिए

दशमलव संख्याओं की तुलना :

(1) 0.06 और 0.1 में कौन-सी संख्या बड़ी है?

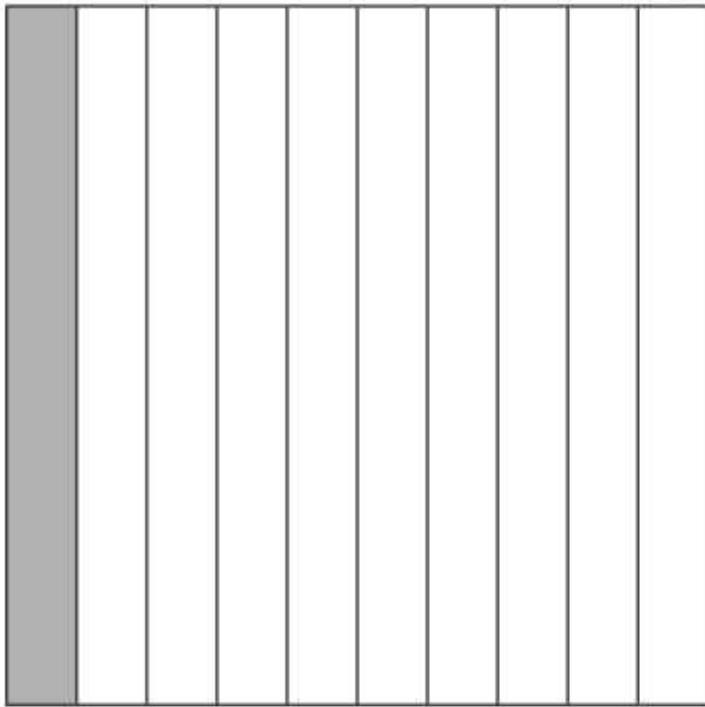
$$0.06 = \frac{6}{100}$$

$$0.1 = \frac{1}{10}$$



$$0.06 = \frac{6}{100}$$

अर्थात् 100 में से केवल 6 हिस्से छायाकित हैं



$$0.1 = \frac{1}{10}$$

दस में से केवल 1 हिस्सा छायाकित है।

$$0.1 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100}$$

$$\frac{10}{100} > \frac{6}{100} \text{ इसलिए } 0.1 > 0.06$$

(2) 31.66 व 31.6 की तुलना कीजिए—

$$31.66 = 31 + \frac{6}{10} + \frac{6}{100}$$

$$31.6 = 31 + \frac{6}{10} + \frac{0}{100}$$

अतः $31.66 > 31.60$ क्योंकि 31.66 के शतांश की संख्या 31.6 के शतांश की संख्या से बड़ी है।

अभ्यास प्रश्न-5

1 दशमलव रूप में बदलिए :

(i) $\frac{2}{5}$

(ii) $\frac{4}{5}$

(iii) $\frac{9}{5}$

2 भिन्न के रूप में बदलिए :

(i) 4.2

(ii) 3.6

(iii) 1.6

3 दशमलव संख्याओं की तुलना कीजिए :

(i) 0.03 तथा 0.3 में से कौन-सी संख्या बड़ी है।

(ii) 0.26 तथा 0.2 में से कौन-सी संख्या बड़ी है।

(iii) 19.63 तथा 19.3 में से कौन-सी संख्या बड़ी है।

4 दशमलव रूप में लिखिए :

(1) $\frac{3}{5}$

(2) $\frac{6}{10}$

(3) $\frac{32}{100}$

(4) $\frac{153}{100}$

(5) $\frac{746}{100}$

उत्तरमाला

अभ्यास प्रश्न-5

1. (i) 0.4

(ii) 0.8

(iii) 1.8

2. (i) $\frac{42}{10}$

(ii) $\frac{36}{10}$

(iii) $\frac{16}{10}$

3. (i) 0.3 बड़ी संख्या है

(ii) 0.26 बड़ी संख्या है

(iii) 19.63 बड़ी संख्या है।

4. (i) 0.6

(ii) 0.6

(iii) 0.32

(iv) 1.53

(v) 7.46

6

अध्याय

भिन्न और दशमलव

इस पाठ से हम सीखेंगे

- भिन्न संख्या एवं दशमलव की आवश्यकता एवं दैनिक जीवन में उपयोग।
- भिन्नों के प्रकार एवं आपसी सम्बन्ध।
- भिन्नों एवं दशमलव की योग एवं व्यवकलन क्रियाएँ।
- दैनिक जीवन में उपरोक्त ज्ञान का प्रयोग करना।

आवश्यक सामग्री

रंगीन कागज, पैसिल, ग्राफ पेपर, रंग तथा इसी प्रकार की अन्य वस्तुएँ।

आइए चर्चा करें

कक्षा में 'अ' शब्द से शुरू होने वाले नाम के छात्र/छात्राएँ श्यामपट्ट के पास आ जाएं एवं अन्य सभी अपनी सीट/स्थान पर ही बैठें। कक्षा के कुल 30 विद्यार्थियों में से 10 बच्चे 'अ' शब्द के नाम वाले प्राप्त हुए।

अमन, अमीना, अनिल, अलका, अतुल, अहमद, आजाद, आयुष, आयुषी, अली = 10 विद्यार्थी

इन दस विद्यार्थियों को कक्षा की कुल संख्या का कितना भाग कहेंगे और कैसे भिन्न रूप में लिखेंगे?

अ	अ	अ	अ	अ
अ	अ	अ	अ	अ
अ	अ	अ	अ	अ
अ	अ	अ	अ	अ
अ	अ	अ	अ	अ
अ	अ	अ	अ	अ
अ	अ	अ	अ	अ

$$5 \times 6 = 30 \text{ कक्षा में कुल छात्र}$$

$$\text{कक्षा के कुल बच्चों की संख्या} = 30$$

$$\text{छाँटे गये बच्चों की संख्या} = 10$$

$$\text{भिन्न रूप में लिखना} = \frac{\text{'अ' अक्षर के नाम वाले विद्यार्थियों की संख्या}}{\text{कक्षा के कुल विद्यार्थियों की संख्या}}$$

$$= \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

$$\text{भिन्न} = \frac{1}{3} \quad (\text{एक बटा तीन}) \quad \boxed{\frac{\text{अंश}}{\text{हर}} = \text{भिन्न}}$$

इस भिन्न में ऊपर लिखी गई संख्या को अंश एवं नीचे लिखी गई संख्या को हर कहते हैं। यहाँ पर '1' अंश और '3' हर है।

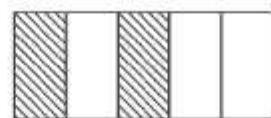
एक भिन्न का अर्थ है एक समूह का एक भाग (बराबर भागों में) जैसे $\frac{10}{30}$ का अर्थ है 30 में से 10 भाग। यह बराबर भागों की वह संख्या है जिसमें एक पूर्ण को बाँटा जाता है।

उदाहरण :



छायांकित भाग = 1

कुल बराबर भाग = 3



छायांकित भाग = 2

कुल बराबर भाग = 5

छायांकित भाग का भिन्न रूप

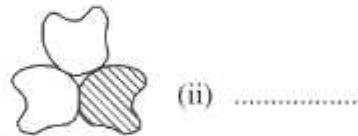
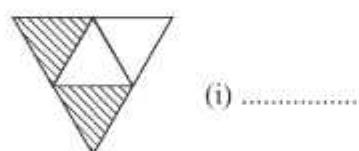
$$\text{भिन्न संख्या} = \frac{1}{3}$$

छायांकित भाग को भिन्न रूप में लिखना

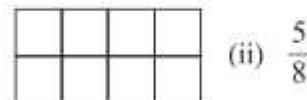
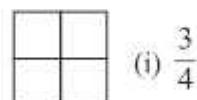
$$\text{भिन्न संख्या} = \frac{2}{5}$$

क्रियाकलाप

छायांकित भाग को भिन्न रूप में लिखिए :



आकृति में भिन्न अनुसार रंग भरिए :



भिन्न में ऊपर लिखी गई संख्या को अंश कहते हैं और नीचे लिखी गई संख्या को हर कहते हैं। जैसे $\frac{3}{5}, \frac{2}{7}, \frac{1}{3}, \frac{13}{7}, \frac{5}{3}, \frac{7}{2}$ आदि।

उपरोक्त लिखी गई छः भिन्न में क्या अन्तर है?

जैसे $\frac{3}{5}, \frac{2}{7}, \frac{1}{3}$ में अंश छोटा है और हर बड़ा है।

$\frac{13}{7}, \frac{5}{3}, \frac{7}{2}$ में अंश बड़ा है और हर छोटा है।

भिन्नों के प्रकार एवं आपसी संबंध

- वे भिन्न संख्याएँ जिनमें अंश छोटा है और हर बड़ा है, उन्हें उचित भिन्न कहते हैं जैसे $\frac{1}{5}, \frac{3}{8}, \frac{7}{11}$ उचित भिन्न है। अर्थात् उचित भिन्नें 1 से कम होती हैं।
- वे भिन्न संख्याएँ जिनमें अंश, हर से बड़ा हो और हर छोटा हो, उन्हें विषम भिन्न कहते हैं। जैसे $\frac{11}{5}, \frac{13}{3}, \frac{9}{4}$ विषम भिन्न हैं।

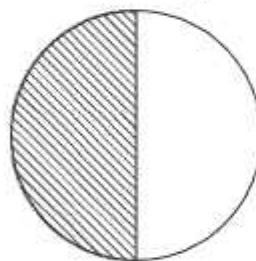
विषम भिन्न को किस प्रकार अन्य रूप में लिख सकेंगे?

विषम भिन्न को हम भाग क्रिया के द्वारा मिश्रित भिन्न में लिख सकते हैं। जैसे

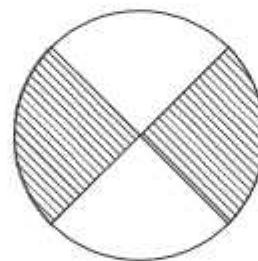
$$\begin{array}{r} 11 \\ \hline 5 \\ \text{भाजक} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{भाज्य} \\ 11 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \text{ भागफल} \\ \hline 10 \\ \hline 1 \text{ शेष} \end{array}$$

मिश्रित भिन्न = भागफल $\frac{\text{शेष}}{\text{भाजक}} = 2\frac{1}{5}$

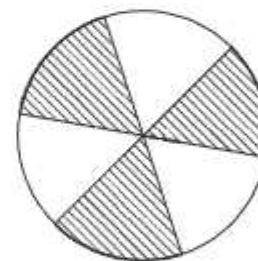
इसमें 2 पूर्ण संख्या है एवं $\frac{1}{5}$ भिन्न है।



$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{3}{6}$$

उपरोक्त तीनों आकृति में बराबर हिस्से लिए गए हैं परन्तु भिन्नों का रूप अलग है। अगर हम छायाकित भागों की तुलना करें तो वह समान होंगे।

अतः $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ तुल्य भिन्नें हैं क्योंकि ये एक पूर्ण के समान भाग हैं और आपस में बराबर हैं।

$\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}$ भिन्न संख्याओं में क्या समानता है?

इन सभी भिन्नों के हर समान हैं।

- जिन भिन्नों के हर समान हों उन्हें समान भिन्न कहते हैं। ये एक पूर्ण के समान भागों से बनती हैं।
- जिन भिन्नों के हर असमान हो उन्हें असमान भिन्न कहते हैं। असमान भिन्न के उदाहरण जैसे : $\frac{5}{11}, \frac{3}{2}, \frac{6}{13}$

आदि इन सभी भिन्नों के हर असमान है इसलिए इन्हें असमान भिन्न कहते हैं। ये एक पूर्ण के असमान भागों से बनती हैं।

हमने अब तक उचित भिन्न, विषम भिन्न, तुल्य भिन्न, समान भिन्न और असमान भिन्न, पर चर्चा की है।

भिन्न $\frac{25}{5}$ का सरलतम रूप क्या होगा?

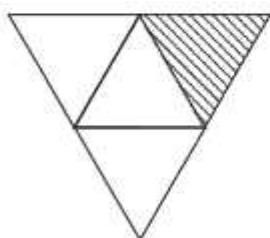
$\frac{25}{5}$ को 5 से भाग करने पर $\frac{5}{1}$ प्राप्त होगा।

जैसे $\frac{45}{15}$ का सरलतम रूप $\frac{9}{3}$ होगा।

इसी प्रकार भाग क्रिया के माध्यम से अंश व हर को एक संख्या से ही भाग करने पर भिन्न का सरलतम रूप प्राप्त होता है।

अभ्यास प्रश्न-6.1

1. छायाकित भाग के लिए भिन्न लिखिए :



(i)

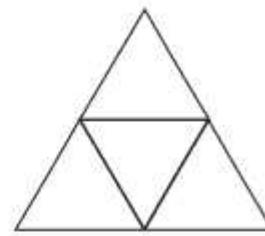
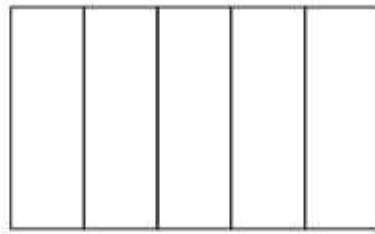
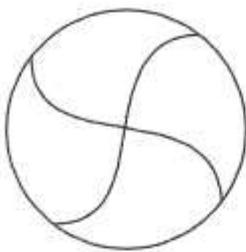


(ii)



(iii)

2. भिन्न के अनुसार आकृति को रंग द्वारा छायाकित कीजिए/रंग भरिए :



(i) $\frac{3}{4}$

(ii) $\frac{2}{5}$

(iii) $\frac{1}{4}$

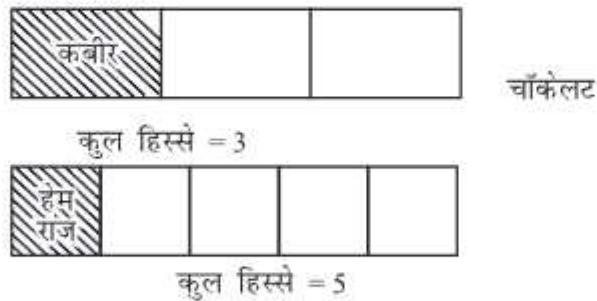
3. कंचन के पास 30 कंचे हैं और उनमें से 25 कंचे हामिद को दे चुकी हैं बताइए कुल कंचों का कितना भाग कंचन ने हामिद को दिया?
4. अमर ने 15 किलो टमाटर खरीदे। उनमें से 3 किलो टमाटर गर्मी के कारण खराब हो गए। बताइए कुल टमाटरों का कितना भाग उपयोग में लाया जा सकता है?
5. भिन्न में लिखिए :

 - (1) एक दिन में 18 घंटे
 - (2) 1 से 20 तक की प्राकृत संख्याओं में सम संख्याओं को भिन्न रूप में लिखें।

6. भिन्नों $\frac{24}{9}, \frac{28}{14}, \frac{36}{12}$ व $\frac{40}{20}$ को सरलतम रूप में लिखिए।

भिन्नों की तुलना

यदि एक चॉकलेट के कुल तीन हिस्से करके एक हिस्सा कबीर को दिया जाए। इसके बाद उसी तरह की दूसरी चॉकलेट लेकर उसके 5 हिस्से (बराबर) करके हेमराज को एक हिस्सा दिया जाए तो बताइए कि किसका हिस्सा बड़ा है हेमराज का या कबीर का?



आकृति देखकर ज्ञात होता है कि कबीर का हिस्सा बड़ा है।

कबीर को प्राप्त हिस्सा = $\frac{1}{3}$

हेमराज को प्राप्त चॉकलेट का हिस्सा = $\frac{1}{5}$

दोनों भिन्नों के हर समान करने के लिए

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{15}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{15}$$

इस प्रकार $\frac{5}{15} > \frac{3}{15}$ (क्योंकि 5 बड़ा है 3 से)

$$\therefore \frac{1}{3} > \frac{1}{5}$$

कबीर को प्राप्त चॉकलेट का हिस्सा $>$ हेमराज को प्राप्त चॉकलेट का हिस्सा

इसी प्रकार हम विभिन्न भिन्नों की तुलना के लिए सर्वप्रथम उनके हर को एक समान करते हैं।

उदाहरण : $\frac{4}{5}$ और $\frac{5}{6}$ की तुलना करें।

- उ. ये असमान भिन्न हैं इनके हर अलग-अलग हैं। सर्वप्रथम इनके हर एक समान करेंगे। इनको तुल्य भिन्न रूप में लिखते हैं।

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{20}{25} = \boxed{\frac{24}{30}} = \frac{28}{35} = \frac{33}{40} = \dots\dots$$

और

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18} = \frac{20}{24} = \boxed{\frac{25}{30}} = \frac{30}{36} = \frac{35}{42} = \frac{40}{48}$$

एक समान हर वाली तुल्य भिन्ने

$$\frac{4}{5} = \frac{24}{30} \text{ और } \frac{5}{6} = \frac{25}{30}$$

$$\text{चूंकि } \frac{25}{30} > \frac{24}{30}$$

$$\text{इसलिए } \frac{5}{6} > \frac{4}{5}$$

अभ्यास प्रश्न-6.2

1. भिन्नों की तुलना करके $=$, $<$ या $>$ में से उचित चिह्न लगाइए :

(i) $\frac{3}{6} \square \frac{5}{6}$

(ii) $\frac{5}{7} \square \frac{15}{21}$

(iii) $\frac{3}{4} \square \frac{7}{8}$

(iv) $\frac{1}{8} \square \frac{8}{6}$

(v) $\frac{6}{10} \square \frac{4}{5}$

(vi) $\frac{1}{5} \square \frac{8}{15}$

2. रमिला एक 100 पृष्ठ वाली पुस्तक के 50 पने पढ़ती है। ललिता उसी पुस्तक के $\frac{3}{5}$ पने पढ़ती है तो बताइए किसने अधिक पने पढ़े?
3. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) क्या $\frac{5}{9}, \frac{4}{5}$ के बराबर हैं?

(b) क्या $\frac{9}{16}, \frac{5}{9}$ के बराबर हैं?

हल के लिए सुझाव :

(i) (संकेत : 9 बराबर भाग करें एवं 5 को छायाकित करें)

(संकेत : 5 बराबर भागों करें एवं 4 को छायाकित करें)

> या < चिह्न लगाइए

$$\frac{5}{9} \square \frac{4}{5}$$

(ii) इस पट्टी के 16 बराबर भाग करें एवं 9 को छायाकित करें।

इस पट्टी के 9 बराबर भाग करें एवं 5 को छायाकित करें।

< या > चिह्न लगाए

$$\frac{9}{16} \square \frac{5}{9}$$

भिन्नों का योग

क्रियाकलाप

आकृति में नीले रंग के नाम वाले वर्गों को गिनकर भिन्न के रूप में लिखेंगे इसके बाद लाल रंग के नाम वाले वर्गों को गिनकर भिन्न रूप में लिखेंगे। कुल दोनों प्रकार के वर्गों को गिनकर हम इन भिन्नों का योग लिख सकेंगे। जैसे आकृति को देखें एवं हल करें।

नीले रंग के नाम वाले वर्गों की संख्या = 6

आकृति के कुल बराबर वर्गों की संख्या = 28

भिन्न रूप में नीले वर्गों को लिखना

नीला	लाल		नीला		लाल			नीला		लाल		नीला
	लाल			नीला		लाल			नीला	लाल	लाल	

$$\text{भिन्न} = \frac{6}{28} = \frac{\text{नीले वर्गों की संख्या}}{\text{कुल वर्गों की संख्या}}$$

लाल रंग के वर्गों की संख्या = 7

कुल वर्गों की संख्या = 28

लाल वर्गों का भिन्न संख्या में निरूपण करना

$$\text{भिन्न} = \frac{7}{28} = \frac{\text{लाल वर्गों की संख्या}}{\text{कुल वर्गों की संख्या}}$$

नीले व लाल रंग के वर्गों का योग करने की विधि

$$\text{भिन्न (लाल वर्ग)} = \frac{7}{28} \quad \text{भिन्न (नीले वर्ग)} = \frac{6}{28}$$

इनमें क्या समानता दिखाई दे रही है? इनके अंश एवं हर को ध्यान से देखिए। इन दोनों भिन्नों का हर एक समान है। दोनों भिन्नों के हर 28 हैं। ये समान भिन्ने हैं।

इसलिए हम केवल इनके अंशों को जोड़ कर इनका योग कर सकते हैं। अंशों का जोड़ = $6 + 7 = 13$
(एक समान हर वाली संख्याओं के लिए)

$$\text{नीले वर्गों व लाल वर्गों का योग} = \frac{6}{28} + \frac{7}{28}$$

$$= \frac{6+7}{28}$$

$$= \frac{13}{28}$$

समान हर वाली भिन्न संख्याओं का योग

यदि भिन्न समान हर वाली है तो उनके अंशों का योग कर भिन्नों का योग लिखते हैं। हर वही रहता है। $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{1+2}{6} = \frac{3}{6}$

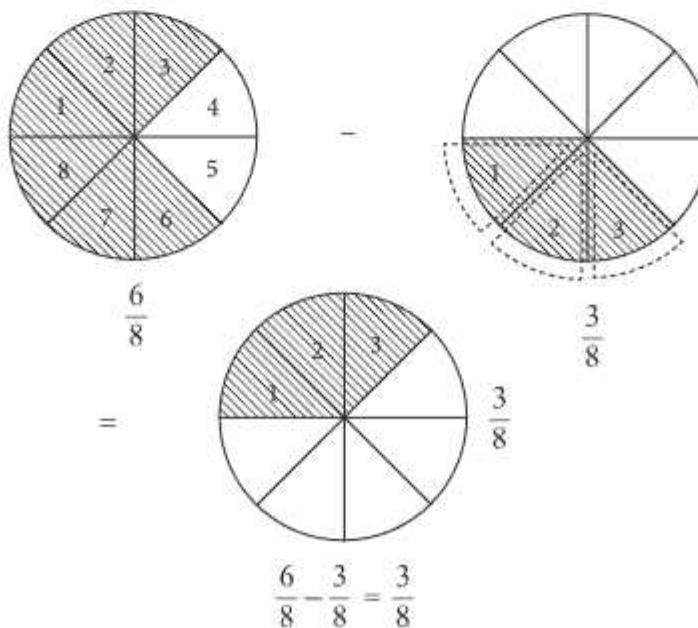
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1+1}{4} = \frac{2}{4}$$

$$\text{समान हर वाली भिन्नों का योग} = \frac{\text{अंशों का योग}}{\text{हर}}$$

भिन्नों का व्यवकलन

समान हर वाली भिन्न संख्याओं का व्यवकलन/घटाना

$\frac{6}{8}$ में से $\frac{3}{8}$ को घटाने के लिए



समान हर होने के कारण हम केवल अंशों को घटाकर इसका हल ज्ञात कर सकेंगे।

$$\text{समान हर वाली भिन्नों का व्यवकलन} = \frac{\text{अंशों का व्यवकलन}}{\text{हर}}$$

दशमलव संख्याओं का योग

0.17 व 0.37 को जोड़ने के लिए पहले भिन्न में बदले जैसे जितने अंक दशमलव के बाद लिखे हैं हर में एक के साथ उतने शून्य लगाये।

0.17

दशमलव के बाद दो अंक हैं इसलिए हर में एक के साथ दो शून्य लगायेंगे

$$0.17 = \frac{17}{100}$$

$$0.37 = \frac{37}{100}$$

इसलिए

$$0.17 + 0.37 = \frac{17}{100} + \frac{37}{100}$$

$$= \frac{17 + 37}{100} \left(\frac{\text{अंशों का योग}}{\text{समान हर}} \right)$$

$$= \frac{54}{100}$$

$$= 0.54$$

या

संख्याओं को दहाई, इकाई, दशांश, शतांश के अनुसार उनके स्थान पर रखे एवं जोड़ करें।

इकाई	दशांश	शतांश
0	1	7
+ 0	3	7
<hr/>	0	4

$$\text{अतः } 0.17 + 0.37 = 0.54$$

दशमलव संख्याओं का घटाना

1.22 में से 0.37 को घटाइए

संख्याओं को इकाई, दशांश, शतांश के अनुसार उनके स्थान पर लिखकर उनको घटाइए।

इकाई	दशांश	शतांश
1	2	2
- 0	3	7
<hr/>	0	5

$$\text{अतः } 1.22 - 0.37 = 0.85$$

असमान हर वाली भिन्न संख्याओं का योग एवं व्यवकलन

असमान हर वाली भिन्न संख्याओं को जोड़ने व घटाने के लिए सबसे पहले इन्हें समान हर वाली भिन्नों में बदलते हैं फिर समान भिन्नों की भाँति जोड़ते व घटाते हैं।

पहली स्थिति: जब भिन्नों की हर सहअभाज्य संख्याएँ हों।

$$(i) \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = ?$$

समान हर बनाने के लिए पहली भिन्न $\frac{1}{5}$ को $\frac{2}{2}$ से गुणा करेंगे, क्योंकि दूसरी भिन्न $\frac{1}{2}$ में हर '2' है।

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{10}$$

इसी प्रकार दूसरी भिन्न $\frac{1}{2}$ को $\frac{5}{5}$ से गुणा करेंगे क्योंकि $\frac{1}{5}$ में हर '5' है।

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2}{10} + \frac{5}{10} = \frac{2+5}{10} = \frac{7}{10}$$

दूसरी स्थिति: जब भिन्नों की हर की संख्याओं में समान गुणनखंड हों।

$$(i) \quad \frac{5}{6} - \frac{3}{4} = ?$$

$\frac{5}{6}$ में से $\frac{3}{4}$ को घटाने के लिए सर्वप्रथम हर एक समान करने होंगे इसके लिए तुल्य भिन्न लिखते हैं।

$$\frac{5}{6} \text{ के तुल्य भिन्न} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2}, \frac{5 \times 3}{6 \times 3}, \frac{5 \times 4}{6 \times 4}$$

$$= \boxed{\begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline 12 \\ \hline \end{array}}, \frac{15}{18}, \frac{20}{24}$$

$$\frac{3}{4} \text{ के तुल्य भिन्न} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2}, \frac{3 \times 3}{4 \times 3}, \frac{3 \times 4}{4 \times 4}$$

$$\frac{6}{8}, \boxed{\begin{array}{|c|} \hline 9 \\ \hline 12 \\ \hline \end{array}}, \frac{12}{16}$$

$\frac{5}{6}$ व $\frac{3}{4}$ के तुल्य भिन्न जिनके हर समान हैं वे हैं

$$\frac{10}{12}, \frac{9}{12}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$$

$$\frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$$

इसे इस प्रकार से भी हल किया जा सकता है।

$\frac{5}{6}$ में से $\frac{3}{4}$ को घटाने के लिए सर्वप्रथम हर एक समान करने होंगे। इसके लिए 6, 4 का लघुतम समापवर्त्य निकालेंगे। 6 और 4 के समान गुणनखण्ड ज्ञात करेंगे।

या

2	6,4
2	3,2
3	3,1
	1,1

इसलिए

$$\text{लघुतम समापवर्त्य} = 2 \times 2 \times 3$$

$$\text{लघुतम समापवर्त्य} = 12$$

$$\text{अतः } \frac{5}{6} \times \frac{2}{2} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{12}$$

$$\begin{aligned}\text{अतः } \frac{5}{6} - \frac{3}{4} &= \frac{10}{12} - \frac{9}{12} \\ &= \frac{1}{12}\end{aligned}$$

अभ्यास प्रश्न-6.3

1. रिक्त स्थान भरिए :

$$(i) \quad \frac{8}{15} + \frac{3}{15} = \boxed{}$$

$$(ii) \quad \frac{12}{17} - \frac{6}{17} = \boxed{}$$

$$(iii) \quad 1 - \frac{2}{3} = \boxed{} \quad \left(\text{संकेत : } 1 = \frac{3}{3} \right)$$

2. जावेद ने एक टोकरी में से $\frac{5}{7}$ संतरे लिए। टोकरी में बचे हुए संतरों को भिन्न रूप में बताइए?

$$\left(\text{संकेत : } 1 - \frac{5}{7} = \frac{7-5}{7} = \frac{2}{7} \right)$$

3. निम्न को हल कीजिए :

(i) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$

(iii) $\frac{4}{3} - \frac{1}{2}$

(ii) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$

(iv) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$

4. रिक्त स्थानों को भरिए :

(i) $\frac{8}{10} - \boxed{\quad} = \frac{4}{10}$

(ii) $\boxed{\quad} + \frac{5}{27} = \frac{12}{27}$

(iii) $\frac{3}{6} - \boxed{\quad} = \frac{2}{6}$

(iv) $\boxed{\quad} - \frac{3}{21} = \frac{5}{21}$

5. कॉलम (क) में जोड़/घटा करिए व कॉलम (ख) से मिलान करें :

कॉलम (क)

कॉलम (ख)

(i) $0.07 + 0.28$

(अ) 7.80

(ii) $2.80 - 1.80$

(ब) 0.35

(iii) $2.67 - 1.33$

(स) 1

(iv) $5.75 + 2.05$

(द) 1.34

6. रशिद ने ₹ 20.75 की गणित की पुस्तक और ₹ 30.50 की विज्ञान की पुस्तक खरीदी। बताइए उसने कुल कितने रुपये खर्च किए?

उत्तरमाला

अभ्यास प्रश्न-6.1

1. (i) $\frac{1}{4}$

(ii) $\frac{3}{8}$

(iii) $\frac{5}{12}$

3. $\frac{25}{30}$

4. $\frac{12}{15}$

5. (i) $\frac{18}{24}$, (ii) $\frac{10}{20}$

6. भिन्नों के सरलतम रूप $= \frac{8}{3}, \frac{2}{1}$ या $2, \frac{3}{1}$ या 3 और $\frac{2}{1}$ या 2

अभ्यास प्रश्न-6.2

1. (i) <

(ii) =

(iii) <

(iv) <

(v) <

(vi) <

2. ललिता ने, क्योंकि रमिला ने पुस्तक के $\frac{1}{2}$ पने पढ़े और ललिता ने $\frac{3}{5}$ पने पढ़े।

3. (i) नहीं, $\frac{5}{9} < \frac{4}{5}$ (ii) नहीं, $\frac{9}{16} > \frac{5}{9}$

अभ्यास प्रश्न-6.3

1. (i) $\frac{11}{15}$

(ii) $\frac{6}{17}$

(iii) $\frac{1}{3}$

2. $\frac{2}{7}$

3. (i) $\frac{11}{15}$

(ii) $\frac{22}{15}$

(iii) $\frac{5}{6}$

(iv) $\frac{3}{6}$

4. (i) $\frac{4}{10}$

(ii) $\frac{7}{27}$

(iii) $\frac{1}{6}$

(iv) $\frac{8}{21}$

5. (i) च

(ii) स

(iii) द

(iv) अ

6. ₹51.25

विद्यार्थी प्रगति पत्रक

शिक्षक/शिक्षिका विगत पाठ्य-सामग्री के आधार पर विद्यार्थी की प्रगति को निम्नलिखित तालिका में अंकित करें।

क्र.सं.	अधिगम संप्राप्ति	3.	2.	1.
		सक्षम है	सहायता से करता/करती है	सुधार की आवश्यकता है
1.	----- ----- -----			
2.	----- ----- -----			
3.	----- ----- -----			
4.	----- ----- -----			
5.	----- ----- -----			
6.	----- ----- -----			
7.	----- ----- -----			
8.	----- ----- -----			
9.	----- ----- -----			
10.	----- ----- -----			

7

अध्याय

गुणनखंड और गुणज

इस पाठ से हम सीखेंगे

- गुणनखंडों को समझना।
- गुणन सारणी की सहायता से गुणनखंड निकालना।
- भाज्य व अभाज्य संख्याओं की जानकारी।
- महत्तम समापवर्तक की जानकारी।
- गुणजों को समझना।
- लघुत्तम समापवर्त्य की जानकारी।
- संख्याओं की विभाज्यता की जाँच करना।

आवश्यक सामग्री

कागज, पेन, पेन्सिल, लूडो का पासा, माचिस की तीलियाँ, स्ट्रा, बटन, चॉक व पेन्सिल के टुकड़े, कागज की पट्टियाँ तथा इसी प्रकार की अन्य वस्तुएँ।

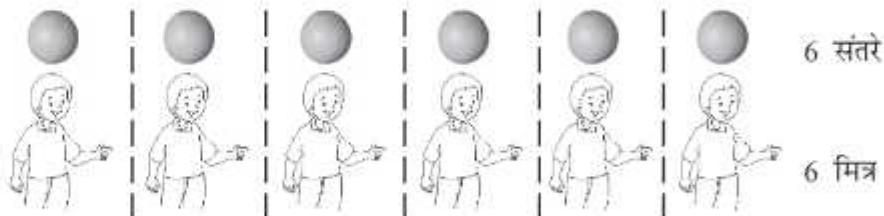
आइए चर्चा करें

अब्दुल के पास 6 संतरे हैं वह इन 6 संतरों को इस प्रकार बाँटना या देना चाहता है कि उसके 6 मित्रों को बराबर संतरे मिलें।

संतरों की संख्या = 6

मित्रों की संख्या = 6

प्रत्येक मित्र को मिला = 1 संतरा

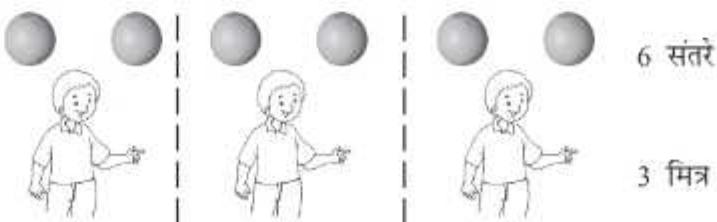


अब अब्दुल के 3 मित्र चले गए तथा संतरों को अब्दुल को ही दे गए। अब्दुल के पास अब भी 6 संतरे हैं। वह इस प्रकार बाँटना चाहता है कि प्रत्येक मित्र को 2 संतरे मिलें।

संतरों की संख्या = 6

मित्रों की संख्या = 3

प्रत्येक मित्र को मिलें = 2 संतरे



अब्दुल का एक और मित्र भी चला गया अब अब्दुल के 2 ही मित्र रह गए, लेकिन वह अपने 2 संतरों को अब्दुल को ही वापिस दे गया। अब्दुल ने इन्हें 2 मित्रों में इस प्रकार बाँटा।

संतरों की संख्या = 6

मित्रों की संख्या = 2

प्रत्येक मित्र को मिलें = 3 संतरे

अब यदि अब्दुल का एक मित्र और चला जाए तथा वह अपने तीनों संतरों को अब्दुल को वापिस दे जाए तो अब्दुल 6 संतरों को अपने मित्र को दे देगा।

अब्दुल के इस तरह संतरे बाँटने पर रोहित व सोहिना ने मेरी से पूछा “किन-किन संख्याओं की गुणा करने से 6 आ सकता है?”

मेरी ने जवाब दिया :

$$1 \times 6 = 6$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$6 \times 1 = 6$$

अब मेरी ने रोहित से पूछा “मैं वे संख्याएँ पता करना चाहती हूँ जो 6 को पूरी-पूरी विभाजित करती हो।”

रोहित ने जवाब दिया

$$\begin{array}{r} 1) \overline{6} (6 \\ -6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \overline{6} (3 \\ -6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \overline{6} (2 \\ -6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6) \overline{6} (1 \\ -6 \\ \hline 0 \end{array}$$

हमने देखा कि 1, 2, 3 व 6 संख्या 6 को पूरी-पूरी विभाजित करती है, क्योंकि सभी जगह शेषफल 0 (zero) आता है।

1, 2, 3 व 6 संख्या 6 के पूरे-पूरे विभाजक हैं।

इसलिए 1, 2, 3 व 6 संख्या 6 के गुणनखंड कहलाते हैं तथा संख्या 6, संख्या 1, 2, 3 तथा 6 का गुणज है।

किसी संख्या का गुणनखंड उसका पूरा-पूरा विभाजक होता है।

गुणनखण्ड वृक्ष

उदाहरण : 12 के गुणनखंड कीजिए।

$$12 = 1 \times 12$$

$$12 = 2 \times 6$$

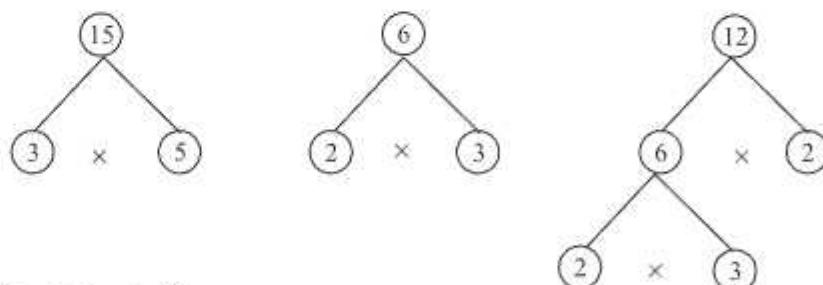
$$12 = 3 \times 4$$

$$12 = 4 \times 3$$

$$12 = 6 \times 2$$

$$12 = 12 \times 1$$

5 को 1 से 10 तक की संख्याओं के साथ गुणा करें।



$$5 \times 1 = 5$$

$$5 \text{ का पहला गुणज} = 5$$

$$5 \times 2 = 10$$

$$5 \text{ का दूसरा गुणज} = 10$$

$$5 \times 3 = 15$$

$$5 \text{ का तीसरा गुणज} = 15$$

$$5 \times 4 = 20$$

$$5 \text{ का चौथा गुणज} = 20$$

$$5 \times 5 = 25$$

$$5 \text{ का पाँचवा गुणज} = 25$$

$$5 \times 6 = 30$$

$$5 \text{ का छठा गुणज} = 30$$

$5 \times 7 = 35$	5 का सातवाँ गुणज = 35
$5 \times 8 = 40$	5 का आठवाँ गुणज = 40
$5 \times 9 = 45$	5 का नौवा गुणज = 45
$5 \times 10 = 50$	5 का दसवा गुणज = 50

आप किसी भी संख्या का गुणज ज्ञात कर सकते हैं क्योंकि गुणा करना व भाग करना हम सब जानते ही है।

प्रश्न: 16 का पाँचवा गुणज बताइए।

उत्तर: 80

क्रियाकलाप

आइए, कोई भी दो संख्याएँ सोचते हैं।

माना वो दो संख्याएँ 10 और 15 हैं।

अब दोनों संख्याओं के सभी गुणनखंडों को लिखते हैं

10 के सभी गुणनखंड = 1, 2, 5, 10

15 के सभी गुणनखंड = 1, 3, 5, 15

व्या हम 10 और 15 के सभी गुणनखंड में उन गुणनखंडों को देख पा रहे हैं। जो 10 तथा 15 दोनों के गुणनखंड हो?

हम देख सकते हैं कि संख्या 1 तथा 5 दोनों ही 10 तथा 15 के गुणनखंड हैं। इन दोनों को हम उभयनिष्ठ गुणनखंड कह सकते हैं (10 और 15 का)

संख्या 10 व 15 का सबसे बड़ा उभयनिष्ठ गुणनखंड (महत्तम समापर्वतक) 5 है। 5 वह सबसे बड़ी संख्या है जो 10 व 15 पूरी तरह से विभाजित करती है।

क्रियाकलाप

अब दो संख्याएँ 3 व 5 लेते हैं।

3 के सभी गुणनखंड = 1, 3

5 के सभी गुणनखंड = 1, 5

3 और 5 के सभी गुणनखंडों में उभयनिष्ठ गुणनखंड केवल 1 है।

1 वह बड़ी से बड़ी संख्या है जो अभाज्य संख्या 3 व 5 को पूरी तरह से विभाजित करती है।

3 और 5 का महत्तम समापर्वतक = 1

दो या दो से अधिक दी हुई संख्याओं के गुणनखंडों में सबसे बड़ा उभयनिष्ठ गुणनखंड, इन दी हुई संख्याओं का महत्तम समापर्वतक (Highest common factor) कहलाता है।

महत्तम समापर्वतक को संक्षेप में म.स. (HCF) भी लिख सकते हैं।

महत्तम समापर्वतक को सबसे बड़ा उभयनिष्ठ भाजक (Greatest Common Divisor) या (GCD) भी कहते हैं।

क्रियाकलाप

अब हम कोई तीन संख्याएँ लेते हैं।

जैसे: 12, 16 व 24

12 के सभी गुणनखंड = 1, 2, 3, 4, 6, 12

16 के सभी गुणनखंड = 1, 2, 4, 8, 16

24 के सभी गुणनखंड = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

हम देखते हैं 1, 2, 4 ऐसे गुणनखंड हैं जो तीनों संख्याओं के गुणनखंडों में हैं इसका अर्थ है कि 1, 2, 4 उभयनिष्ठ गुणनखंड हैं।

महत्तम समापर्वतक को हम अभाज्य गुणनखंड विधि से भी निकाल (ज्ञात) सकते हैं।

उदाहरण : संख्या 8 और 12 महत्तम समापर्वतक ज्ञात कीजिए।

2	8
2	4
2	2
	1

2	12
2	6
3	3
	1

$$8 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2$$

$$12 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 3$$

8 और 12 के गुणनखंडों में उभयनिष्ठ गुणनखंड $2 \times 2 = 4$ है।

अतः 8 और 12 का महत्तम समापर्वतक 4 है।

उदाहरण : 12, 16 और 28 का महत्तम समापर्वतक ज्ञात कीजिए।

2	12
2	6
3	3
	1

2	16
2	8
2	4
2	2
	1

2	28
2	14
7	7
	1

$$12 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 3$$

$$16 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2 \times 2$$

$$28 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 7$$

12, 16 और 28 में उभयनिष्ठ गुणनखंड $2 \times 2 = 4$ है 12, 16 और 28 का म.स. 4 है।

अब आओ नीचे दी गई स्थितियों को देखकर विचार करते हैं

4 के गुणज = 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**, 40,

6 के गुणज = 6, **12**, 18, **24**, 30, **36**, 42,

हम देखते हैं कि 12, 24, 36 ऐसे गुणज हैं जो दोनों संख्याओं के गुणजों में उभयनिष्ठ है

12, 24, 36 में सबसे छोटा उभयनिष्ठ गुणज 12 है।

हम कह सकते हैं कि 12 वह छोटी-से छोटी संख्या है जो 4 और 6 से पूरी-पूरी विभाजित हो जाती है।

उदाहरण : 12 और 15

12 के गुणज = 12, 24, 36, 48, **60**, 72, 84, 96, 108, **120**,

15 के गुणज = 15, 30, 45, **60**, 75, 90, 105, **120**, 135, 150,

12 और 15 के गुणजों में उभयनिष्ठ गुणज 60, 120 है।

जो 12 और 15 से पूरी तरह विभाजित होता है।

उदाहरण : 2, 4, 6

2 के गुणज = 2, 4, 6, 8, 10, **12**, 14, 16, 18, 20, 22, **24**, 26,

4 के गुणज = 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, 36, 40....

6 के गुणज = 6, **12**, 18, **24**, 30, 36, 42, 48, 54, 60.....

2, 4 और 6 उभयनिष्ठ गुणज = 12, 24

2, 4 और 6 से पूरी तरह विभाजित होने वाला सबसे छोटा उभयनिष्ठ गुणज 12 है।

दो या दो से अधिक दी हुई संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य इन संख्याओं के उभयनिष्ठ गुणजों में सबसे छोटा गुणज होता है। इसे संक्षेप में ल.स. (LCM) भी लिखते हैं।

लघुतम समापवर्त्य निकालने की अन्य विधि

उदाहरण : 12 और 20 का गुणनखंड विधि से लघुतम समापवर्त्य निकालिए।

12 के अभाज्य गुणनखंड = $2 \times 2 \times 3$

20 के अभाज्य गुणनखंड = $2 \times 2 \times 5$

2	12
2	6
3	3
	1

2	20
2	10
5	5
	1

हम इन गुणनखंडों में यह देखेंगे कि कौन-सा अभाज्य गुणनखंड अधिक बार आया है तथा किसी भी अन्य अभाज्य गुणनखंड को भी लिखेंगे फिर उनको गुणा करेंगे।

$$2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

इसमें 2 [दो बार], 3 [एक बार] तथा 5 [एक बार] आया है।

इसलिए 12 और 20 का लघुतम समापवर्त्य $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$ है।

उदाहरण : 32 और 40 का लघुतम समापवर्त्य ज्ञात कीजिए।

32 के अभाज्य गुणनखंड = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

40 के अभाज्य गुणनखंड = $2 \times 2 \times 2 \times 5$

2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

2	40
2	20
2	10
5	5
	1

सबसे अधिक बार 2 आया है (पाँच बार)

5 आया है (एक बार)

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

32 और 40 का लघुत्तम समापवर्त्य 160 है।

उदाहरण : 8, 12, और 18 का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात कीजिए।

8 के अभाज्य गुणनखंड $= 2 \times 2 \times 2$

2	8
2	4
2	2
	1

12 के अभाज्य गुणनखंड $= 2 \times 2 \times 3$

2	12
2	6
3	3
	1

18 के अभाज्य गुणनखंड $= 2 \times 3 \times 3$

2	18
3	9
3	3
	1

2 सबसे अधिक 3 बार आया है। $2 \times 2 \times 2$

3 सबसे अधिक 2 बार आया है। 3×3

$$\text{लघुत्तम समापवर्त्य} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$= 72$$

संख्याएँ 8, 12, और 18 का लघुतम समापवर्त्य 72 है।

लघुतम समापवर्त्य ज्ञात करने की एक विधि यह भी है।

इस विधि को भाग विधि या विभाजन विधि कहते हैं।

उदाहरण : 24, 30 और 40 का लघुतम समापवर्त्य विभाजन विधि से निकालिए।

2	24, 30, 40
2	12, 15, 20
2	6, 15, 10
3	3, 15, 5
5	1, 5, 5
	1, 1, 1

चरण :

(a) सबसे छोटी अभाज्य संख्या 2 से भाग करते हैं यदि कोई संख्या 2 से विभाज्य नहीं है तो उसे बैसा ही रखेंगे।

[24, 30 व 40] 2 से पूरी तरह विभाज्य है।

(b) फिर सबसे छोटी अभाज्य संख्या 2 से भाग करते हैं [12, व 20] से पूरी तरह विभाज्य है लेकिन 15, 2 से पूरी तरह विभाज्य नहीं है इसलिए 15 को बैसा ही लिखा रहने दिया।

(c) 2 से [6, और 10] पूरी तरह विभाज्य है फिर 15 को बैसा ही लिखा रहने दिया।

(d) [3, व 15] संख्या 3 से विभाज्य है लेकिन 5, 3 से विभाज्य नहीं है इसलिए 5 को बैसा ही लिखा रहने दिया।

(e) 5 से [5 व 5] पूरी तरह विभाज्य है।

अब $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$

उदाहरण : 20, 24, 30 का लघुतम समापवर्त्य विभाजन विधि से निकालिए।

2	20, 24, 30
2	10, 12, 15
2	5, 6, 15
3	5, 3, 15
5	5, 1, 5
	1, 1, 1

लघुतम समापवर्त्य = $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$

हमने देखा कि अलग-अलग संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य एक समान हो सकता है।

आइए कुछ सवालों के बारे में सोचें

प्र. क्या 5 स्वयं का एक गुणनखंड हो सकता है?

उ. हाँ, हमने देखा कि 5 के गुणनखंड 1 व 5 ही हैं।

प्रत्येक संख्या स्वयं अपना एक गुणनखंड होती है।

- प्र. 36 के सभी गुणनखंड लिखिए।
उ. 36 के सभी गुणनखंड 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

एक संख्या का प्रत्येक गुणनखंड उस संख्या का एक पूर्ण विभाजक होता है।

- प्र. 64 के सभी गुणनखंड बताइए।
उ. 64 के सभी गुणनखंड 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64
64 का सबसे छोटा गुणनखंड 1
64 का सबसे बड़ा गुणनखंड 64

एक दी हुई संख्या का प्रत्येक गुणनखंड उस संख्या से छोटा या उसके बराबर होता है।

- प्र. 100 के सभी गुणनखंड बताइए।
उ. 100 के सभी गुणनखंड 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100
100 के सभी गुणनखंडों की संख्या 10 है।

एक दी हुई संख्या के गुणनखंडों की संख्या परिमित (Finite) होती है।

संख्याओं की विभाज्यता की जाँच करने की विधि

2 से विभाज्यता : यदि किसी भी संख्या के इकाई के स्थान पर 0, 2, 4, 6, 8 हो तो वे संख्याएं 2 से पूरी तरह विभाजित हो जायेगी। अर्थात् वे सम संख्याएं होगी।

- प्र. सबसे छोटी सम संख्या कौन-सी है?

उ. 2 है।

- प्र. 2 के अतिरिक्त सभी अभाज्य संख्याएं कौन-सी होती हैं?

उ. 2 के अतिरिक्त सभी अभाज्य संख्याएं विषम संख्याएं होती हैं। जैसे-1, 3, 5, 7, 9.....

- प्र. क्या 235460, 2 से पूरी तरह विभाज्य है?

उ. हाँ। क्योंकि इसका इकाई का अंक 0 है।

5 से विभाज्यता : यदि किसी भी संख्या का इकाई का अंक 0 हो या 5 हो, तो वह संख्या 5 से विभाज्य हो जायेगी।

- प्र. क्या 56325, 5 से पूरी तरह विभाज्य है?

उ. हाँ।

3 से विभाज्यता : यदि हम कोई संख्या 207 लेते हैं

- प्र. क्या 207, 3 से पूरी तरह विभाज्य है?

उ. हाँ, लेकिन हम इसके लिए संख्या के अंकों को जोड़ेंगे।

$2 + 0 + 7 = 9$, 9 का 3 से भाग करने पर शेषफल 0 आयेगा। इसलिए 207, 3 से विभाज्य है।

4 से विभाज्यता :

कोई संख्या 4 से विभाज्य तब होती है यदि उसके अंतिम दो अंकों (इकाई और दहाई के स्थान के अंकों) से बनी संख्या 4 से विभाज्य हो।

प्र. क्या 324, 4 से पूरी तरह विभाज्य है?

उ. हाँ, क्योंकि 324 में इकाई और दहाई के स्थान के अंकों से बनी संख्या 24, 4 से विभाजित है। इसलिए 324 भी 4 से विभाज्य है।

6 से विभाज्यता :

प्र. क्या 72, संख्या 6 से विभाज्य है?

उ. हाँ

यदि कोई संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य है तो वह संख्या 6 से भी विभाज्य होती है।

8 से विभाज्यता :

प्र. क्या संख्याएँ 1000, 1416 व 10216 संख्या 8 से विभाज्य हैं?

उ. हाँ, इन संख्याओं के इकाई, दहाई और सैकड़े के अंकों से बनी संख्याएँ 8 से विभाज्य हैं।

1000 में इकाई दहाई व सैकड़े के अंक 000

1416 में इकाई दहाई व सैकड़े के अंक 416

10216 में इकाई दहाई व सैकड़े के अंक 216

कोई भी संख्या 8 से विभाज्य तब होती है यदि इकाई, दहाई व सैकड़े के अंकों से बनी संख्याएँ 8 से विभाज्य हो।

9 से विभाज्यता :

राहुल ने अमिता से पूछा क्या संख्या 4590, संख्या 9 से विभाज्य है?

अमिता ने “हाँ” में उत्तर दिया।

यदि किसी संख्या के अंकों का योग 9 से पूरी तरह विभाज्य है तो वह संख्या भी 9 से विभाज्य होगी।

अंक 4, 5, 9 व 0 को अलग अलग लिखकर जोड़ा $4 + 5 + 9 + 0 = 18$, जोड़ने पर 18 आया 18, 9 से पूरी तरह विभाज्य है इसलिए 4590, 9 से विभाज्य है।

अब राहुल ने ज्योति से पूछा क्या 7583, संख्या 9 से विभाज्य है?

ज्योति ने $(7 + 5 + 8 + 3 = 23)$ उत्तर दिया “नहीं” कारण बताओं कि 23 को 9 से भाग करने पर शेषफल बचता है। अर्थात् 23, 9 से पूरी तरह विभाज्य नहीं है।

11 से विभाज्यता :

किसी संख्या की 11 से विभाज्यता की जाँच के लिए दाएँ से विषम स्थानों के अंकों का योग और सम स्थानों के अंकों के योग का अंतर ज्ञात करते हैं।

यदि यह अंतर 0 है या 11 से पूरी से विभाज्य है तो वह संख्या 11 से विभाज्य होती है।

रोहन ने ईशा से पूछा 1332 को मैंने 11 से भाग किया तो शेषफल क्या आयेगा?

ईशा ने इस प्रकार भाग किया :

$$\begin{array}{r}
 11 \overline{)1332(121} \\
 \underline{-11} \\
 23 \\
 \underline{-22} \\
 12 \\
 \underline{-11} \\
 1 \quad \text{शेषफल}
 \end{array}$$

ईशा ने उत्तर दिया शेषफल 1 आयेगा।

रोहन ने ईशा से फिर पूछा क्या हम किसी संख्या को 11 से बिना भाग करें यह पता लगा सकते हैं कि वह संख्या 11 से विभाज्य है या नहीं।

ईशा सोचने लगी :

संख्या 1331 को लेते हैं।

दाएं से विषम स्थानों के अंकों को लिखने पर 1 व 3, दाएं से सम स्थानों के अंकों को लिखने पर 3 व 1 आता है।

अब इन अंकों को जोड़ने पर $1 + 3 = 4$

$$3 + 1 = 4$$

अब इन जोड़ का अन्तर $4 - 4 = 0$

यह तो 0 आ रहा है इसका अर्थ है कि 1331, 11 से पूरी तरह विभाज्य है।

उदाहरण : 61809, 11 से विभाज्य है या नहीं?

दाएं से विषम स्थानों के अंक 9, 8 और 6 हैं।

दाएं से सम स्थानों के अंक 0 और 1 हैं।

दाएं से विषम स्थानों के अंकों को जोड़ने पर $9 + 8 + 6 = 23$

दाएं से सम स्थानों के अंकों को जोड़ने पर $0 + 1 = 1$

अब 23 व 1 का अंतर $23 - 1 = 22$

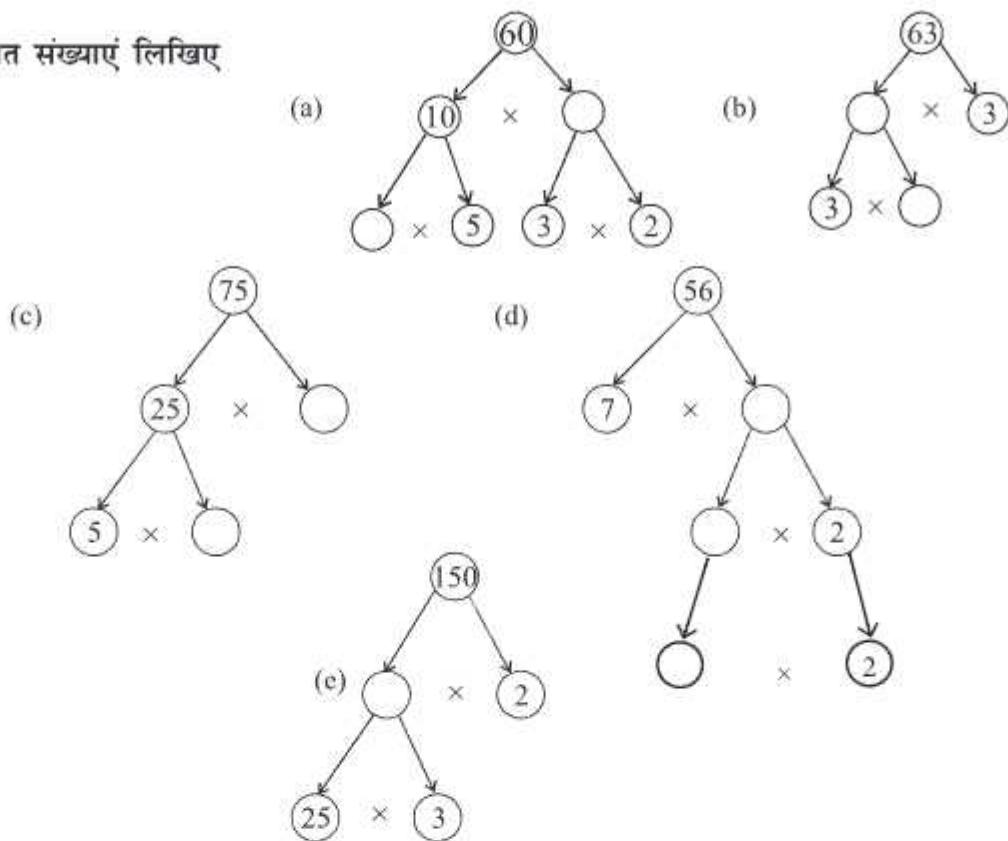
प्राप्त अंतर 22 है जो 11 से पूरी तरह विभाज्य है।

उदाहरण :

संख्या	दाएं से विषम स्थानों के अंकों का योग	दाएं से सम स्थानों के अंकों का योग	अंतर
5445	$5 + 4 = 9$	$4 + 5 = 9$	$9 - 9 = 0$
10824	$4 + 8 + 1 = 13$	$2 + 0 = 2$	$13 - 2 = 11$
901153	$3 + 1 + 0 = 4$	$5 + 1 + 9$	$15 - 4 = 11$

प्रयास कीजिए

गुणनखंड वृक्ष में अज्ञात संख्याएं लिखिए



अभ्यास प्रश्न-7.1

1. रिक्त स्थानों को भरिए-

- सबसे छोटी सम संख्या है।
- सबसे छोटी अभाज्य संख्या है।
- 1 न तो है और न ही।
- सबसे छोटी भाज्य संख्या है।
- वह संख्या जिसके केवल दो गुणनखंड हो एक कहलाती है।
- वह संख्या जिसके दो से अधिक गुणनखंड हो एक कहलाती है।

2. (a) 7 के पहले तीन गुणज,,

(b) 9 के पहले तीन गुणज,,

(c) 12 के पहले चार गुणज,,,

(d) 16 के पहले चार गुणज,,,

(e) 12 के सभी गुणनखंड,,,,,

3. सारणी को पूरा कीजिए : हाँ या नहीं लिखिए।

संख्या	2 से विभाज्य	3 से विभाज्य	4 से विभाज्य	5 से विभाज्य	6 से विभाज्य	10 से विभाज्य	11 से विभाज्य
(a) 124	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं	नहीं	नहीं	नहीं
(b) 923							
(c) 2350							
(d) 5445							
(e) 3060							

अभ्यास प्रश्न-7.2

- निम्नलिखित संख्याओं के सभी गुणनखंड लिखिए :

(a) 25	(b) 27	(c) 35	(d) 40
(e) 62	(f) 23	(g) 51	(h) 75
- निम्नलिखित संख्याओं का महत्तम समापवर्तक (म.स.) ज्ञात कीजिए।

(a) 15 और 18	(b) 14 और 28	(c) 27 और 36
(d) 24 और 48	(e) 18 और 60	(f) 36 और 84
- निम्नलिखित संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.) ज्ञात कीजिए।

(a) 12 और 18	(b) 24 और 90	(c) 40 और 48
(d) 24 और 45	(e) 27 और 99	(f) 21 और 77
- वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसको 36 व 70 से भाग करने पर भाग पूरा-पूरा विभाजित हो जाए।
- मिलान कीजिए-

स्तंभ 1

स्तंभ 2

- | | |
|----------|----------------------|
| (i) 12 | (a) 4 का गुणज |
| (ii) 20 | (b) 11×2 |
| (iii) 22 | (c) 7 का गुणज |
| (iv) 35 | (d) 10 व 2 का गुणनफल |
| (v) 16 | (e) 5 व 2 का गुणनफल |
| (vi) 10 | (f) 4×3 |

- 7 के सभी गुणज लिखिए जो 50 से कम हो।
- 1 से 20 के बीच की सभी अभाज्य संख्याएं लिखिए।

अभ्यास प्रश्न-7.3

- 5 के ऐसे 5 गुणज लिखिए जिनके इकाई के स्थान पर भी 5 हो।
जैसे : 5, 15, 25,,
- 7 के ऐसे 5 गुणज लिखिए जिनके इकाई के स्थान पर सम संख्याएं हों।

- जैसे : 14, 28, 42,,
3. 9 के ऐसे 5 गुणज लिखिए जिनके दहाई के स्थान पर 1, 2, 3, 4, 5 आए।
जैसे : 18, 27, 36,,
4. 11 के ऐसे 4 गुणज लिखिए जिनके दहाई के स्थान पर अभाज्य संख्याएँ हों।
जैसे : 22, 33,,
5. ऐसी संख्या लिखिए जो सभी संख्याओं का गुणनखंड है।

उत्तरमाला

अभ्यास प्रश्न-7.1

- | | | |
|-------------------------------------------------|-----------------------|--------------------|
| 1. (a) 2 | (b) 2 | (c) भाज्य, अभाज्य |
| (d) 2 | (e) अभाज्य संख्या | (f) भाज्य संख्या |
| 2. (a) 7, 14, 21 | (b) 9, 18, 27 | (c) 12, 24, 36, 48 |
| (d) 16, 32, 48, 64 | (e) 1, 2, 3, 4, 6, 12 | |
| 3. (b) नहीं, नहीं, नहीं, नहीं, नहीं, नहीं, नहीं | | |
| (c) हाँ, नहीं नहीं, हाँ, नहीं, हाँ, नहीं | | |
| (d) नहीं, हाँ, नहीं, हाँ, नहीं, नहीं, हाँ | | |
| (e) हाँ, हाँ, हाँ, हाँ, हाँ, हाँ, हाँ, | | |

अभ्यास प्रश्न-7.2

- | | | |
|----------------------------|-------------------------|-----------------|
| 1. (a) 1, 2, 5, 25 | (b) 1, 3, 9, 27 | (c) 1, 5, 7, 35 |
| (d) 1, 2, 5, 8, 10, 20, 40 | (e) 1, 2, 31, 62 | (f) 1, 23 |
| (g) 1, 3, 17, 51 | (h) 1, 3, 5, 15, 25, 75 | |
| 2. (a) 3 | (b) 14 | (c) 9 |
| (d) 24 | (e) 6 | (f) 12 |
| 3. (a) 36 | (b) 360 | (c) 240 |
| (d) 360 | (e) 27 | (f) 231 |
| 4. 1260 | | |

5. संभ-1 संभ-2
- | | |
|-------|-----|
| (i) | (f) |
| (ii) | (d) |
| (iii) | (b) |
| (iv) | (c) |
| (v) | (a) |
| (vi) | (e) |

6. 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49
7. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

अभ्यास प्रश्न-7.3

1. 30, 35, आप अन्य संख्याएँ भी लिख सकते हैं।
2. 56, 84, आप अन्य संख्याएँ भी लिख सकते हैं।
3. 45, 54 आप अन्य संख्याएँ भी लिख सकते हैं।
4. 55, 77 आप अन्य संख्याएँ भी लिख सकते हैं।
5. 1

8

अध्याय

अनुपात तथा प्रतिशत

इस पाठ से हम सीखेंगे

- राशियों की तुलना करना एवं दैनिक जीवन में इनका उपयोग।
- तुल्य अनुपात में अज्ञात राशि ज्ञात करना।
- प्रतिशत का दैनिक जीवन की समस्याओं में प्रयोग करना।

आवश्यक सामग्री

रंगीन गेंदे, विभिन्न प्रकार की ज्यामितीय आकृतियां, विभिन्न रंग के कचे, ग्राफ पेपर, मोम रंग (Crayons), कॅंची, ज्यामितीय बाक्स, फेविस्टिक तथा इसी प्रकार की अन्य वस्तुएँ।

आइए चर्चा करें

दैनिक जीवन में हम अनुपात का उपयोग विभिन्न परिस्थितियों में करते हैं :

- (i) राम की चाय की दुकान है। इसकी एक दिन की आय 570 रुपये हैं इसमें 1 रु. के 50 सिक्के तथा 2 रु. के 25 सिक्के हैं तथा शेष राशि नोटों में है। हम देखते हैं कि 1 रु. के सिक्कों की संख्या 2 रु. के सिक्कों की संख्या की तुलना में दोगुनी है जिसे हम $50 : 25$ या $2 : 1$ से प्रदर्शित कर सकते हैं। यहां $2 : 1$, 1 रु. व 2 रु. के सिक्कों की संख्या में संबंध को दर्शाता है।
- अतः अनुपात दो राशियों में परस्पर सम्बन्ध को दर्शाता है।
- दो राशियों में अनुपात को दर्शाने के लिए चिन्ह : का प्रयोग किया जाता है।

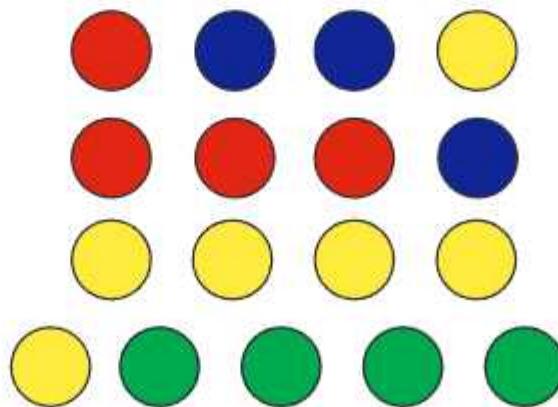
दूसरे शब्दों में

अनुपात यह दर्शाता है कि एक राशि दूसरे की कितना गुनी है।

अनुपात $a : b$ को हम भिन्न $\frac{a}{b}$ के रूप में भी प्रदर्शित करते हैं।

क्रियाकलाप

हम विभिन्न रंगों की 17 गेंदे लेते हैं।



- (i) गिनती करके देखिए और लिखिए कि किस रंग की कितनी गेंदें हैं?
- (ii) उदाहरण : लाल और नीली गेंदों का अनुपात इस प्रकार दर्शाया जाता है।

(a) लाल गेंदें : नीली गेंदे = $4 : 3$ अथवा $\frac{4}{3}$

(b) नीली गेंदें : लाल गेंदे = $3 : 4$ अथवा $\frac{3}{4}$

उपरोक्त उदाहरण का प्रयोग करते हुए निम्न रिक्त स्थानों को भरिए-

(i) पीली गेंदों की संख्या : नीली गेंदों की संख्या = : अथवा 

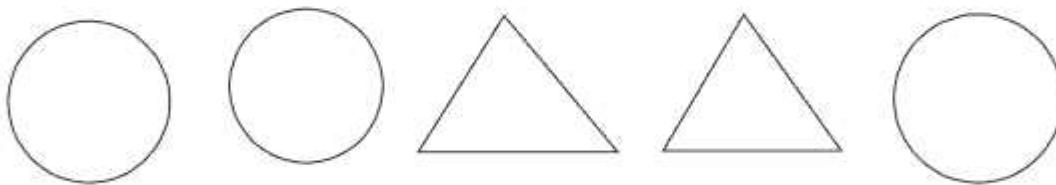
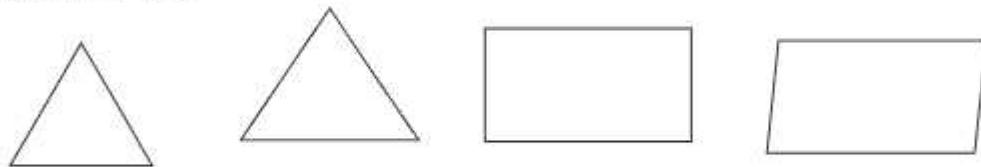
(ii) हरी गेंदों की संख्या : पीली गेंदों की संख्या = : अथवा 

(iii) लाल गेंदों की संख्या : पीली गेंदों की संख्या = : अथवा 

(iv) पीली गेंदों की संख्या : हरी गेंदों की संख्या = : अथवा 

क्रियाकलाप

नीचे कुछ आकृतियाँ दी गई हैं-



निम्न सारणी को पूरा कीजिए-

- (i) त्रिभुजों की संख्या : वृत्तों की संख्या = :
- (ii) वृत्तों की संख्या : आयतों की संख्या = :
- (iii) आयतों की संख्या : त्रिभुजों की संख्या = :
- (iv) वृत्तों की संख्या : त्रिभुजों की संख्या = :
- (v) त्रिभुजों की संख्या : कुल आकृतियों की संख्या = :
- (vi) कुल आकृतियाँ : आयतों की संख्या = :

क्रियाकलाप

अध्यापक/अध्यापिका प्रत्येक विद्यार्थी के जन्म का वर्ष पूछकर तालिका में अंकित करेंगे-

वर्ष	विद्यार्थियों की संख्या (मिलान चिह्न)	कुल संख्या
2009		
2010		
2011		
2012		

उपरोक्त सारणी से निम्न अनुपात ज्ञात कीजिए-

- 2009 में जन्मे विद्यार्थियों की संख्या : 2011 में जन्मे विद्यार्थियों की संख्या = :
- 2011 में जन्मे विद्यार्थियों की संख्या : 2012 में जन्मे विद्यार्थियों की संख्या = :
- 2009 में जन्मे विद्यार्थियों की संख्या : 2010 में जन्मे विद्यार्थियों की संख्या = :
- 2012 में जन्मे विद्यार्थियों की संख्या : 2009 में जन्मे विद्यार्थियों की संख्या = :

क्रियाकलाप

सलमा और कमला

सलमा : कमला, बताइए कि क्रिकेट खेलते हुए बच्चों और झूलते हुए बच्चों की संख्या में क्या अनुपात है?

कमला : 5 : 4

कमला : अब बताइए कि सैर करने वाले लोगों और योगा करने वाली महिलाओं में क्या अनुपात है?

सलमा : 6 : 8

कमला : अच्छा, एक और प्रश्न का उत्तर दीजिए कि क्रिकेट खेलने वाले बच्चों और सैर करने वाले लोगों में क्या अनुपात है?

सलमा : 5 : 6

सलमा : अब बताइए कि योगा करती हुई महिलाओं और झूला झूलते हुए बच्चों में क्या अनुपात है?

कमला : 8 : 4



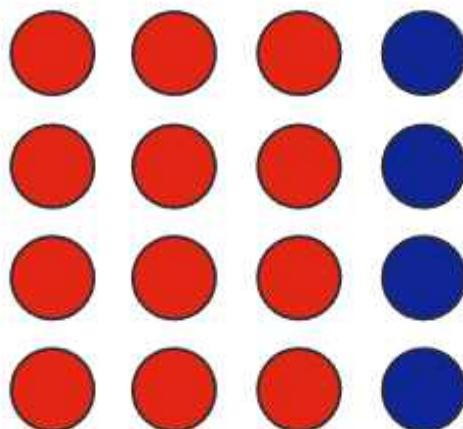
उदाहरण 1 : एक नीबू पानी बनाने वाला एक गिलास

पानी में 3 चम्पच चीनी डालता है। अगर हम इसे अनुपात में लिखें तो चीनी के चम्पचों की संख्या : पानी के गिलासों की संख्या = 3 : 1, अगर वह 2 गिलास नीबू पानी बनाता है तो उसे 6 चम्पच चीनी डालनी पड़ेगी तब चीनी के चम्पचों की संख्या : पानी के गिलासों की संख्या = 6 : 2 जो कि पिछले अनुपात के बराबर ही है। इसी प्रकार अगर 10 गिलास नीबू पानी बनाए तो चीनी के चम्पचों की संख्या : पानी के गिलासों की संख्या = 30 : 10, यह सभी अनुपात एक ही अनुपात दर्शाते हैं क्योंकि तीनों दशाओं में चीनी की मात्रा पानी की मात्रा की तीन गुना है।

तुल्य अनुपात

वे अनुपात जिनका सरलतम रूप एक ही भिन्न को दर्शाता है।

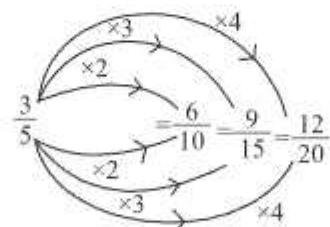
उदाहरण 2 :



उपरोक्त आकृति में पहली पंक्ति में 1 नीला व 3 लाल कंचे हैं अतः लाल कंचे : नीले कंचे = 3 : 1, पहली दो पंक्तियों में 6 लाल कंचे तथा 2 नीले कंचे हैं इनका अनुपात लाल कंचे : नीले कंचे = 6 : 2, इसी प्रकार चारों पंक्तियों में 12 लाल कंचे तथा 4 नीले कंचे हैं इनका अनुपात लाल कंचे : नीले कंचे = 12 : 4 है। ये सभी अनुपात तुल्य अनुपात दर्शाते हैं या $3 : 1 = 6 : 2 = 12 : 4$, इन सभी अनुपातों में लाल कंचों की संख्या नीले कंचों की संख्या की तीन गुनी है। ये सभी अनुपात $3 : 1, 6 : 2, 12 : 4$ तुल्य अनुपात कहे जाते हैं।

तुल्य अनुपात निकालने की विधि : अनुपात $a : b$ को हम $\frac{a}{b}$ के रूप में भी दर्शा सकते हैं। किसी भी अनुपात के तुल्य अनुपात निकालने के लिए अंश और हर को समान संख्या से (शून्य के अतिरिक्त) से गुणा करते हैं।

उदाहरण : $\frac{3}{5}$ के तुल्य अनुपात $\frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}, \frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15}, \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20}, \dots\dots\dots$ है।



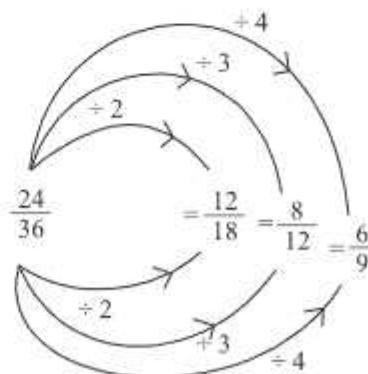
इसी प्रकार यदि किसी अनुपात (भिन्न) के अंश व हर किसी संख्या से पूर्णतया विभाजित हो जाते हैं तो उस भिन्न को हम उस संख्या (शून्य के अतिरिक्त) से विभाजित करके भी तुल्य अनुपात (भिन्न) ज्ञात कर सकते हैं।

उदाहरण : $\frac{24}{36} = \frac{24 \div 2}{36 \div 2} = \frac{12}{18}$

$$\frac{24}{26} = \frac{24 \div 3}{36 \div 3} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{24 \div 4}{36 \div 4} = \frac{6}{9} \quad \dots\dots\dots \text{ये सभी}$$

तुल्य अनुपात को दर्शाते हैं।



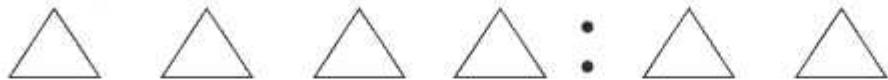
आइए प्रयास करें

1. क्या $\frac{1}{5}$ और $\frac{3}{20}$ तुल्य अनुपात हैं?

हाँ

नहीं।

2. क्या ये तुल्य अनुपात हैं-



तथा



हाँ

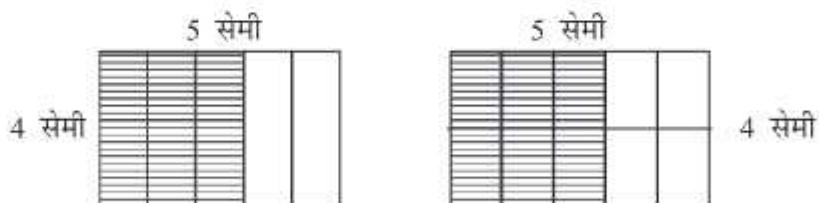
नहीं।

3. पाँच विद्यार्थियों के समूह 'A' को कक्षा में एक कोने में खड़ा करते हैं तथा दूसरे 3 विद्यार्थियों के समूह 'B' को दूसरे कोने में खड़ा करते हैं अतः $A : B = 5 : 3$

(i) अब समूह 'A' में 10 विद्यार्थियों को और जोड़ते हैं तो तुल्य अनुपात रखने के लिए समूह 'B' में कितने विद्यार्थी और जोड़ने पड़ेंगे?

(ii) इसी प्रकार यदि समूह 'B' के 3 विद्यार्थियों में 9 विद्यार्थी और जोड़ दे तो तुल्य अनुपात रखने के लिए समूह 'A' में कितने विद्यार्थी जोड़ने पड़ेंगे?

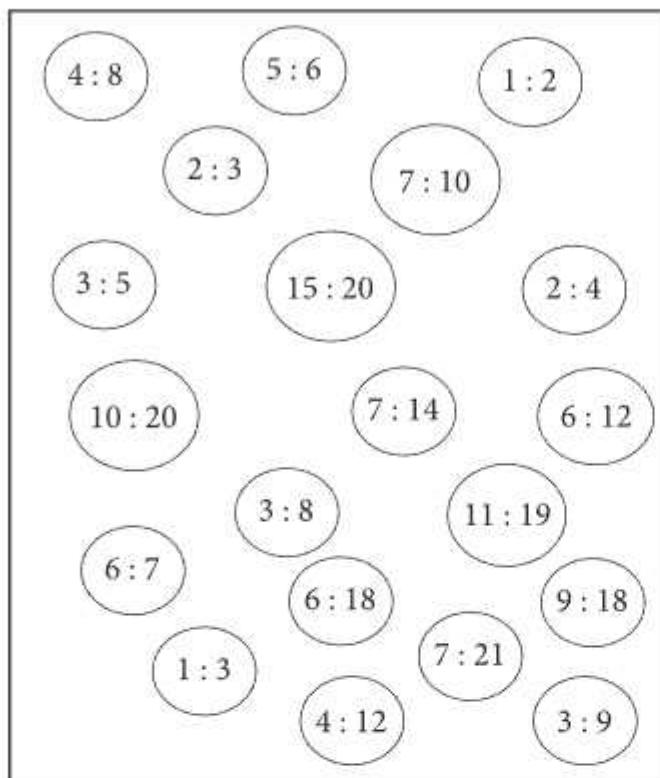
क्रियाकलाप



हम 5 सेमी लम्बाई तथा 4 सेमी चौड़ाई के दो आयत बनाएंगे। पहले आयत को 5 समान आयतों (4×1 सेमी) में विभाजित करेंगे। पहले तीन छोटे आयतों को छायांकित करेंगे। हम पाते हैं कि पहले आयत में छायांकित भाग कुल आयत का $3 : 5$ हैं। अब दूसरे आयत को 10 समान आयतों (2×1 सेमी) में विभाजित करेंगे। दूसरे आयत में छायांकित आयतों की संख्या 10 में से 6 है जबकि पहले आयत में 5 में से 3 है। क्योंकि छायांकित भाग दोनों आयतों में समान है इसलिए हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $3 : 5$ तथा $6 : 10$ तुल्य अनुपात को प्रदर्शित करते हैं।

तुल्य अनुपात पर आधारित एक खेल

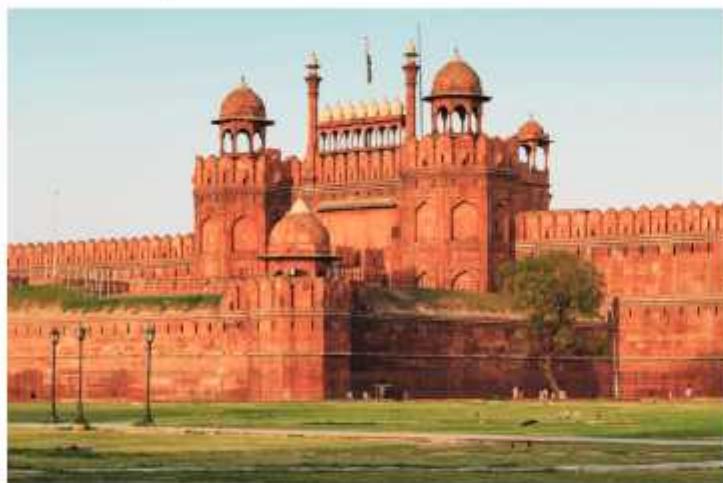
आओ अब खेल खेल में तुल्य अनुपात ज्ञात करें-



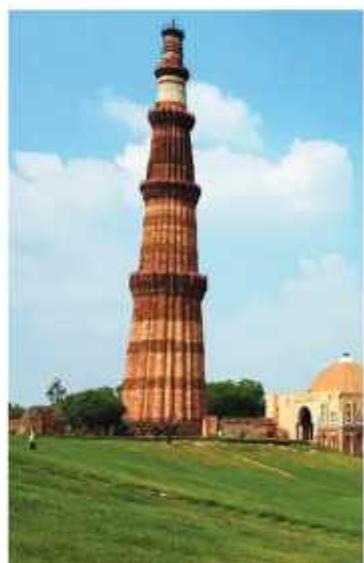
समूहबद्ध करके यहाँ दर्शाइएँ

उपरोक्त अनुपातों में से तुल्य अनुपातों के घेरे को छाँटकर समूहबद्ध कीजिए।

प्रयास कीजिए : एक मानचित्र में दो ऐतिहासिक इमारतें दर्शाई गई हैं।



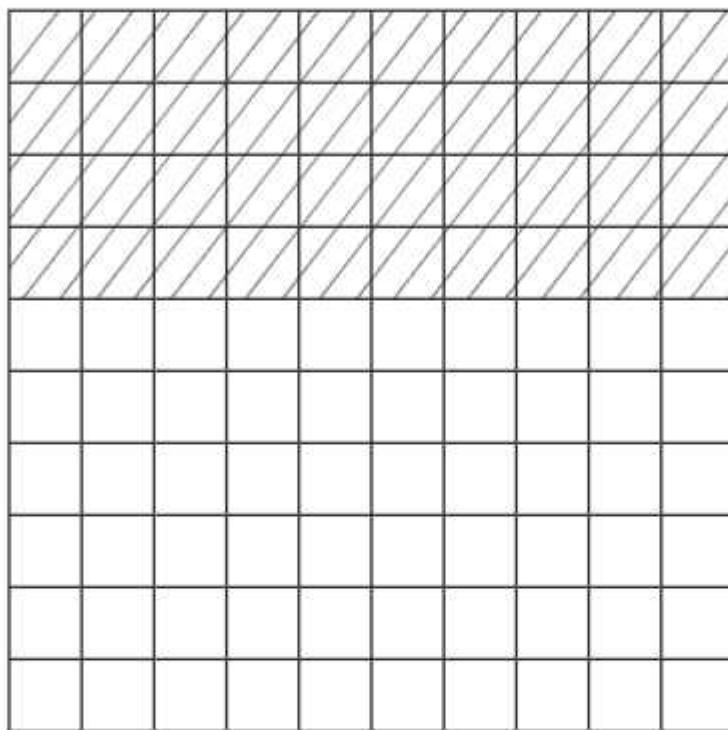
↔ 10 सेमी



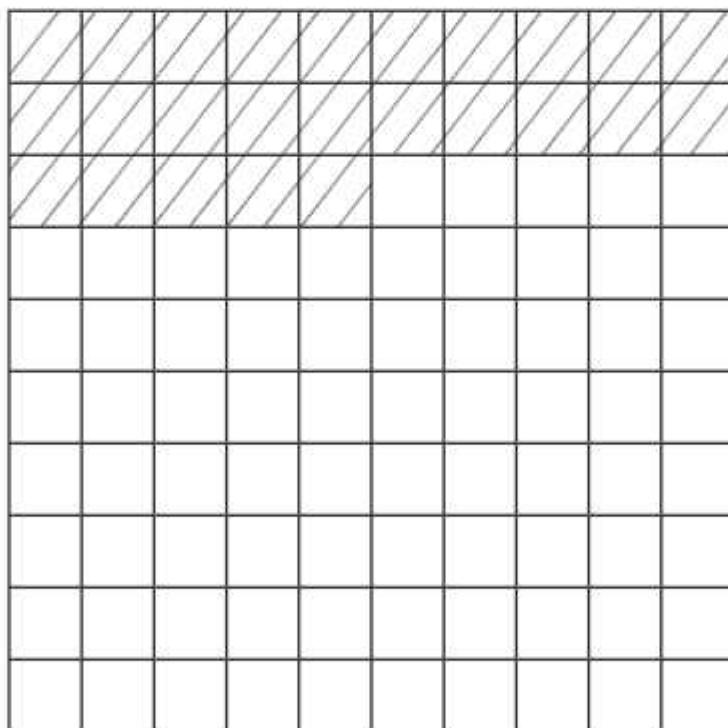
मानचित्र में इनके बीच की दूरी 10 सेमी है। यदि मानचित्र की दूरी तथा वास्तविक दूरी का अनुपात 1 सेमी : 1.5 किलोमीटर हो तो दोनों इमारतों के बीच वास्तविक दूरी ज्ञात कीजिए।

प्रतिशत

क्रियाकलाप



$$\frac{40}{100}$$



$$\frac{25}{100}$$

उपरोक्त आकृतियों में से पहली आकृति में कुल 100 छोटे वर्ग हैं जिसमें से 40 छायाकित वर्ग हैं जो कि 40 प्रति 100 है अर्थात् $\frac{40}{100}$

इस भिन्न में हर 100 है, इसे हम 40% से दर्शाते हैं। (% इसे हम प्रतिशत पढ़ते हैं)

इसी प्रकार दूसरी आकृति में छायाकित वर्गों की संख्या 25 प्रति 100 है अर्थात् $\frac{25}{100}$ या 25% है।

प्रतिशत का अर्थ है “प्रति एक सौ”

क्रियाकलाप

प्रतिशत वर्ग

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	15	17	18	19	20
21	22	23	24	25	25	27	28	29	30
31	32	33	34	35	35	37	38	39	40
41	42	43	44	45	45	47	48	49	50
51	52	53	54	55	55	57	58	59	60
61	62	63	64	65	65	67	68	69	70
71	72	73	74	75	75	77	78	79	80
81	82	83	84	85	85	87	88	89	90
91	92	93	94	95	95	97	98	99	100

इस ग्रिड में 100 वर्ग हैं। हम प्रतिशत को समझेंगे जो हमेशा 100 में से होता है, जैसे 27% का मतलब 100 वर्गों में से कोई से भी 27 वर्ग हैं। अब हम ऊपर दिए गए ग्रिड में नीचे दिए गए प्रतिशत के आधार पर रंग भरेंगे एवं वर्गों की संख्या लिखेंगे-

- (i) 10% नीले = वर्ग
- (ii) 7% हरे = वर्ग
- (iii) 12% लाल = वर्ग
- (iv) 17% पीले = वर्ग

उदाहरण : चॉक के एक डिब्बे में कुल 50 चॉक हैं। राम डिब्बे में से 5 चॉक निकालता है। डिब्बे से निकाले गए चॉक 50 में से 5 हैं अर्थात् $\frac{5}{50}$ ।

$$\text{निकाले गए चॉकों का प्रतिशत } \frac{5}{50} = \frac{5 \times 2}{50 \times 2} = \frac{10}{100} = 10\%$$

$$\text{इसी प्रकार } \frac{9}{50} = \frac{9 \times 2}{50 \times 2} = \frac{18}{100} = 18\%$$

उदाहरण : एक फल वाले के पास 200 सेब हैं। जिसमें से 15% सेब खराब हैं। खराब सेबों की संख्या ज्ञात करो।

$$\text{हल : } 15 \text{ प्रतिशत का अर्थ है प्रत्येक } 100 \text{ में से } 15 \text{ या } \frac{15}{100}$$

अर्थात् प्रत्येक 100 में से 15 सेब खराब हैं। जबकि हमारे पास कुल 200 सेब हैं अर्थात् 100 का दोगुना।

अतः खराब सेबों की संख्या भी 15 की दोगुना होनी चाहिए।

$$\begin{array}{ccc} & \times 2 & \\ \frac{15}{100} & = & \frac{30}{200} \\ & \times 2 & \end{array}$$

अतः 200 सेबों में 15% खराब सेबों की संख्या 30 है,

खराब सेबों की संख्या निम्न प्रकार भी ज्ञात कर सकते हैं।

$$\begin{aligned} \text{खराब सेबों की संख्या} &= 200 \text{ या } 15\% \\ &= 200 \times \frac{15}{100} \\ &= 30 \end{aligned}$$

प्रयास कीजिए : यदि एक कमीज का मूल्य 500 रु. है और दुकानदार उस पर 20% की छूट देता है तो छूट की राशि ज्ञात कीजिए।

क्रियाकलाप

श्रीमती सरला अपने खाते में 1000 रु. जमा करती है उसे 1 वर्ष में ग्राप्त ब्याज की राशि ज्ञात कीजिए यदि ब्याज की दर तालिका के अनुसार हो।

ब्याज की दर	ब्याज	ब्याज की राशि
4%	1000 का 4%	$1000 \times \frac{4}{100} = 40$ रु.
5%	
6%	
8%	

अभ्यास प्रश्न-8

1. (i)  आकृति में छायाकित भाग $= \frac{\square}{5} = \square : 5$

(ii)  $= \frac{\square}{4} = \square : 4$

2. तुल्य अनुपात ज्ञात करो-

(i) $\frac{3}{7} = \frac{\square}{21} = \frac{6}{\square}$

(ii) $\frac{12}{36} = \frac{4}{\square} = \frac{\square}{24}$

3. 250 रु. का 30% = रु.

4. एक कॉलोनी में कुल 4000 वोटर हैं। एक चुनाव के दौरान 3000 वोटर वोट डालने गए। अनुपात ज्ञात कीजिए-

(i) वोट डालने वाले वोटरों की संख्या : कुल वोटरों की संख्या

(ii) वोट न डालने वाले वोटरों की संख्या : वोट डालने वाले वोटरों की संख्या

(iii) वोट डालने वाले वोटरों की संख्या : वोट न डालने वाले वोटरों की संख्या

5. एक खिलाड़ी ने एक क्रिकेट मैच के दौरान 200 रन बनाए जिसमें 80 रन उसने चौकों की मदद से बनाए। बताइए चौकों से बने रन कुल रन का कितने प्रतिशत हैं?

6. एक कॉलोनी में 14 वर्ष से छोटे कुल 1250 बच्चे हैं। इनमें से 950 बच्चे स्कूल जाते हैं। बताइए कितने प्रतिशत बच्चे स्कूल नहीं जाते हैं?

7. रफीक के पिता राज मिस्त्री हैं। उन्हें अप्रैल के महीने में 24 दिन का काम मिला। बताइए महीने के कुल कितने प्रतिशत दिन उन्हें काम नहीं मिला?

8. धिन $\frac{3}{5}$ को प्रतिशत में बदलिए।

9. कौन-सी राशि अधिक है?

1200 रु. का 15% या 1600 रु. का 12%

10. निम्न रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए-

2 : 5	4 : : 15 : 30
30 : 70	60 : : 7	6 :
15 : 24 : 72	5 : : 8
16 : 48	24 : : 24	4 :

11. 500 रु. का कितने प्रतिशत 150 रु. के बराबर है?

अभ्यास प्रश्न-8

1. (i) $\frac{[\underline{2}]}{5} = [\underline{2}] : 5$

(ii) $\frac{[\underline{1}]}{4} = [\underline{1}] : 4$

2. (i) $\frac{[\underline{9}]}{21} = \frac{6}{[\underline{14}]}$

(ii) $\frac{4}{[\underline{12}]} = \frac{[\underline{8}]}{24}$

3. ₹ 75

4. (i) 3 : 4

(ii) 1 : 3

(iii) 3 : 1

5. 40%

6. 24%

7. 20%

8. 60%

9. ₹ 1600 का 12%

10.

<u>4 : 10</u>	<u>6 : 15</u>	<u>12 : 30</u>
60 : <u>140</u>	<u>3 : 7</u>	<u>6 : 14</u>
<u>45 : 72</u>	<u>5 : 8</u>	<u>5 : 8</u>
24 : <u>72</u>	<u>8 : 24</u>	<u>4 : 12</u>

11. 30%

इस पाठ से हम सीखेंगे

- चर और अचर की अवधारणा।
- चरों को उपयोग करके नियम व्यंजक बनाना।
- समीकरण की अवधारणा।
- समीकरण का हल।

आवश्यक सामग्री

माचिस की तीलियाँ, कंचे, पेसिल, इसी प्रकार की अन्य वस्तुएँ।

आड़ए चर्चा करे

(राकेश, अमीना और जॉन आपस में बातें करते हुए)

राकेश : अमीना मुझे गणित में तुमसे पाँच अंक कम मिले हैं।

जॉन : अमीना तुम्हारे गणित में कितने अंक हैं?

अमीना : मुझे गणित में 85 अंक मिले हैं।

क्या आप बता सकते हैं कि राकेश को गणित में कितने अंक मिले?

जी हाँ 80 (85 - 5) (पाँच अंक कम)

तभी जॉन ने अमीना से कहा कि मेरे गणित के अंक तुमसे तीन अधिक हैं। क्या आप बता सकते हैं कि जॉन के गणित में कितने अंक हैं?

जी हाँ 88 (85 + 3) तीन अंक अधिक।

अब अमीना ने जॉन से कहा कि मेरे अंग्रेजी के अंक तुमसे सात अंक कम हैं। क्या अब आप बता सकते हैं कि अमीना के अंग्रेजी में कितने अंक हैं?

नहीं! क्योंकि अब हमें जॉन के अंग्रेजी के अंक नहीं पता हैं।

अगर हम मान ले कि जॉन के अंग्रेजी के अंक 67 हैं तो अमीना के अंक जॉन से सात कम होंगे। यानि कि अमीना के अंक होंगे 60 (67 - 7) अगर जॉन के अंग्रेजी में 80 अंक होंगे तो अमीना के अंक होंगे 73 (80 - 7)



आइए! एक सारणी बनाते हैं।

मान लो जॉन के अंग्रेजी में अंक	67	80	88	55
तब अमीना के अंग्रेजी में अंक	60	73	71	48

उपरोक्त सारणी में हमने देखा कि अमीना और जॉन के अंकों में एक प्रतिरूप (Pattern) है। अमीना के अंक जॉन के अंकों में सात घटाने पर आते हैं। अगर हम मान ले कि जॉन के अंक x हुए तो अमीना के अंक आएंगे x में से सात कम यानि कि $x - 7$

मान लो जॉन के अंग्रेजी में अंक	67	80	88	55	x
तब अमीना के अंग्रेजी में अंक	60	73	71	48	$x - 7$

उदाहणार्थ : अगर जॉन के अंक x हैं तो अमीना के अंक $x - 7$ होंगे। यहाँ पर x का मान स्थिर नहीं है। माना जॉन के अंक 50 हैं तो अमीना के $50 - 7$ यानि 43 होंगे। इसकी सहायता से हमें एक नियम मिला ($x - 7$) जिसमें जॉन के अंक डालने पर हमें अमीना के अंक मिल जाते हैं। इसी x को हम चर (Variable) कहते हैं।

एक चर को दिखाने के लिए हम अंग्रेजी के किसी भी अक्षर का प्रयोग कर सकते हैं। जैसे : $x, y, z, l, m, n, a, b, c$ इत्यादि। चर एक अज्ञात राशि है। जिसका मान स्थिर नहीं होता। इसके विपरीत जिन राशियों का मान ज्ञात होता है, उन्हें अचर (Constant) कहते हैं। जैसे-जॉन के गणित में अंक 43 है तो 43 एक अचर राशि है। क्योंकि 43 एक स्थिर राशि है।

आइए चर के कुछ और उदाहरणों पर नजर डालते हैं—

सरिता माचिस की दो तीलियों से L अक्षर बनाती है। वह फिर दो तीलियाँ लेकर एक और L बनाती है और पहले L के आगे रख देती है। यह सिलसिला जारी रहता है। नीचे दी गई आकृति को देखें :



तभी ज्योति सरिता से पूछती है कि ऐसे छः L बनाने के लिए कितनी तीलियों की आवश्यकता होगी? तब सरिता एक सारणी बनाती है।

बनाए गए L की संख्या	1	2	3	4	5	6	7	8
आवश्यक तीलियाँ	2	4	6	8	10	12	14	16

उपरोक्त सारणी में ज्योति को उसका उत्तर मिल जाता है। यानि कि छह-L बनाने के लिए 12 तीलियों की आवश्यकता होगी। सारणी को देखकर सरिता ने सोचा कि बनाए गए L की संख्या और तीलियों में प्रतिरूप है। तीलियों की संख्या L की संख्या से दो गुनी है! अगर हम L की संख्या को m (चर) मान लें तो तीलियों की संख्या होगी $2 \times m$ (दोगुनी) यानि कि $2m$

2 × m को हम 2m लिखते हैं।

अगर हम तीलियों से अक्षर C बनाए तो क्या होगा? तब हमें एक C बनाने के लिए तीन तीलियों की आवश्यकता होगी और दो C बनाने के लिए छह तीलियों की आवश्यकता होगी जैसा कि नीचे दी गई आकृति में दिखाया गया है।



आइए इसकी भी एक सारणी बनाते हैं।

बनाए गए C की संख्या	1	2	3	4	5
आवश्यक तीलियाँ	3	6	9	12	15

यहाँ पर भी एक प्रतिरूप है तीलियों की संख्या C की संख्या की तीन गुनी है। अगर C की संख्या को n (चर) मान ले तो तीलियों की संख्या होगी $3 \times n$ यानि कि $3n$ । तो हमारी तीलियों की संख्या निकालने का नियम बना $3n$ ।

अगर आपको C की संख्या पता है तो इस नियम से आप तीलियों की संख्या निकाल सकते हैं जैसे अगर C की संख्या हुई 5 तो तीलियों की संख्या 3×5 ($3n$) यानि की 15 हुई। अगर n हुआ 6 तो तीलियों की संख्या हुई 3×6 यानि 18

आइए प्रयास करें

निम्नलिखित में आवश्यक तीलियों की संख्या के लिए नियम लिखिए-

(क) अक्षर T () के प्रतिरूप के लिए

(ख) अक्षर P () के प्रतिरूप के लिए

(ग) अक्षर S () के प्रतिरूप के लिए

(घ) अक्षर E () के प्रतिरूप के लिए

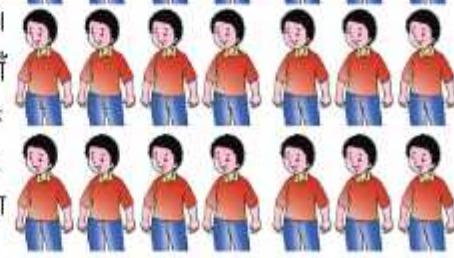


एक खेल के मैदान में बच्चे पंक्तियों में खड़े हुए हैं। एक पंक्ति में सात बच्चे हैं।



क्या आप बता सकते हैं कि कुल कितने बच्चे मैदान में हैं।

यह निर्भर करेगा कि हमारी पंक्तियाँ कितनी हैं। अगर पंक्तियाँ हुई 1 तो बच्चे होंगे 7, अगर पंक्तियाँ हुई 2 तो बच्चे होंगे $7 \times 2 = 14$, अगर पंक्तियाँ हुई 3 तो बच्चे होंगे 7×3 यानि की 21 इसी प्रकार अगर पंक्तियों की संख्या होगी y तो बच्चों की संख्या होगी $7 \times y$ यानि की $7y$ (यहाँ y एक चर है)



आइए प्रयास करें

उपरोक्त उदाहरण में अगर एक पैकित में 5 बच्चे हो तो बच्चों की संख्या निकालने का क्या नियम होगा? (मान लो पैकितों की संख्या = k)

अगर एक पैकित में 9 बच्चे हो तो बच्चों की संख्या निकालने का क्या नियम होगा?

रवि के पास कंचों की संख्या सोनू के कंचों से 10 अधिक है तो रवि के पास कितने कंचे हुए यह इस बात पर निर्भर करेगी कि सोनू के पास कितने कंचे हैं। अगर सोनू के पास हुए 5 कंचे तो रवि के पास हुए 10 अधिक यानि कि $(10 + 5)$ अर्थात् 15

इसी प्रकार कंचों की संख्या हुई 20 तो रवि के पास होंगे $(20 + 10)$ यानि कि 30

अगर सोनू के कंचों की संख्या को a माना जाए तो रवि के पास कंचों की संख्या हुई $a + 10$ (9 से 10 अधिक) यहाँ a एक चर है।

आइए प्रयास करें

(क) अगर रवि के कंचों की संख्या सोनू से 5 कम हुई तो रवि के कंचों की संख्या का नियम बताइए।

(माना सोनू के कंचों की संख्या = x)

(ख) अगर रवि के कंचों की संख्या सोनू से (i) दोगुनी हुई, (ii) आधी हुई तो

रवि के कंचों की संख्या का नियम बताइए।

अब तक के पाठ में जो हमने नियम बनाए हैं जैसे- $x - 7, 2m, 3n$ और $7y$ इत्यादि इन्हें चर वाले व्यंजक कहा जाता है।

मोनू एक चर (y) और एक अचर (5) लेता है और उसे व्यंजक बनाने का प्रयास करता है। वो ऐसे कितने व्यंजक बना सकते हैं? आइए देखते हैं :

व्यंजक	कैसे बने
$y + 5$	y में 5 जोड़कर
$y - 5$	y में 5 घटाकर
$5y$	y में 5 गुणा करके
$\frac{y}{5}$	y में 5 से भाग करके

आइए, चर वाले व्यंजकों के और उदाहरण देखते हैं

(क) 12 में से z घटाओं	$12 - z$
(ख) t में से 3 घटाओं	$t - 3$
(ग) y को 3 से भाग दो	$\frac{y}{3}$
(घ) 6 को k से गुणा करके	$6k$
(ङ) 2 को p से गुणा करके 7 जोड़ना	$2p + 7$
(च) 4 को q से गुणा करके 6 घटाना	$4q - 6$
(छ) q को 3 से भाग देकर 4 जोड़ना	$\frac{q}{3} + 4$

आइए प्रयास करें

रिक्त स्थानों को भरिए-

व्यंजक	कैसे बने
.....	t में 2 जोड़कर
.....	z में से 4 घटाकर
$\frac{y}{3}$
6q
$2q - 7$
.....	a को 2 से गुणा करके 5 जोड़ने पर

याद रखिए : व्यंजक कैसे बने इसके उत्तर/कथन अलग-अलग शब्दों में भी बता सकते हैं।

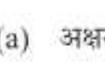
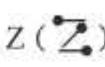
उपरोक्त व्यंजकों का प्रयोग हम व्यावहारिक परिस्थितियों में भी कर सकते हैं। उदाहरण के लिए- मीनू की आयु सोनू की आयु से दो वर्ष कम है तो मीनू की आयु ज्ञात करो?

मान लो सोनू की आयु x वर्ष है। तब मीनू की आयु दो वर्ष कम हुई यानि कि $(x - 2)$ वर्ष। अब सोनू की आयु (x) ज्ञात होने पर हम मीनू की आयु इस नियम से निकाल सकते हैं।

कुछ और उदाहरण देखते हैं।

परिस्थिति साधारण भाषा में	चर	व्यंजकों का प्रयोग करते हुए नियम
(क) एक चॉकलेट का मूल्य एक टॉफी के मूल्य से 4 रुपये अधिक है।	माना टॉफी का मूल्य y रुपये है।	चॉकलेट का मूल्य हुआ $(y + 4)$ रुपये
(ख) अजीत सुजीत से 3 वर्ष छोटा है	माना सुजीत की आयु x वर्ष है।	अजीत की आयु हुई $(x - 3)$
(ग) रहीम की आयु 5 वर्ष पहले क्या थी? और आज से 4 वर्ष बाद क्या होगी	माना रहीम की वर्तमान आयु z वर्ष है।	रहीम की आयु आज से 5 वर्ष पहले थी $(z - 5)$ वर्ष और आज से 4 वर्ष बाद थी $(z + 4)$ वर्ष
(घ) जॉन के पिता की आयु जॉन की आयु के दोगुने से 3 वर्ष कम है।	माना जॉन की आयु t वर्ष है।	जॉन के पिता की आयु हुई $(2t - 3)$ वर्ष
(ङ) दाल के दाम चावल के दाम के 2 गुने हैं (प्रति किलो ग्राम)	माना चावल का दाम x रुपये प्रति किलोग्राम है	दाल के दाम हुआ $(2x)$ रुपये प्रति किलो ग्राम
(च) एक कार की चाल एक ट्रक की की चाल से 20 किमी/प्रति घंटा ज्यादा है	माना ट्रक की चाल y किमी/प्रति घंटा	कार की चाल हुई $(y + 20)$ किमी/प्रतिघंटा

आइए प्रयास करें

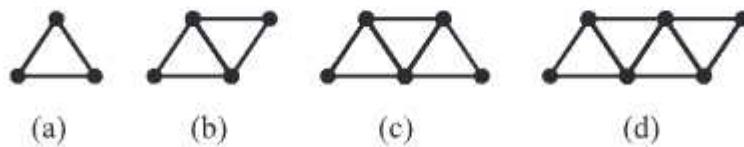
1. अगर मुनी की वर्तमान आयु x वर्ष है तो
 - आज से 3 वर्ष पूर्व उसकी आयु क्या थी?
 - आज से 10 वर्ष बाद उसकी आयु क्या होगी?
 - मुनी का भाई मुनी से 4 वर्ष बड़ा है, तो मुनी के भाई की आयु ज्ञात कीजिए?
 - मुनी की बहन मुनी से 6 वर्ष छोटी है, तो मुनी की बहन की आयु ज्ञात कीजिए?
2. निम्नलिखित में आवश्यक तीलियों की संख्या के लिए नियम लिखिए :
 - अक्षर Z () के प्रतिरूप के लिए
 - अक्षर V () के प्रतिरूप के लिए
3. नीचे दी गई आकृति में तीलियों से बने वर्गों को दिखाया गया है। प्रतिरूप को देखकर सारणी में रिक्त स्थानों को भरिए तथा वह नियम बताइए जो वर्गों की संख्या के पदों में आवश्यक तीलियाँ देता है?
 

(a) (b) (c) (d)

सारणी

वर्गों की संख्या	1	2	3	4	5	-	-
तीलियों की संख्या	4	7	10	-	-	19	21
संकेत	$3 \times 1 + 1$	$3 \times 2 + 1$	$3 \times 3 + 1$	-	-	-	-

4. उपरोक्त प्रश्न की तरह नीचे दी गई आकृति त्रिभुजों का एक प्रतिरूप दर्शा रही है वह नियम ज्ञात कीजिए जो त्रिभुजों की संख्या के पदों में आवश्यक तीलियों की संख्या देता है तथा सारणी के रिक्त स्थानों को भरिए।



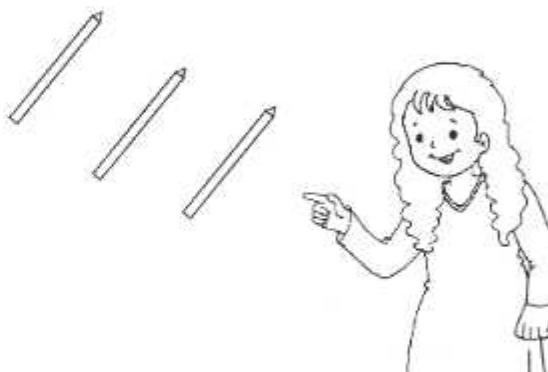
सारणी

त्रिभुजों की संख्या	1	2	3	4	5	-	-
तीलियों की संख्या	3	5	7	-	-	13	15
संकेत	$2 \times 1 + 1$	$2 \times 2 + 1$	$2 \times 3 + 1$	-	-	-	-

5. एक संदूक में 35 अनार हैं। तो अनारों की कुल संख्या कितनी होगी। यदि हमारे पास ऐसी ही Z संदूक हों तो नियम लिखिए।



6. अध्यापक / अध्यापिका अपने कक्षा के प्रत्येक विद्यार्थी को 3 पेंसिल देता / देती है। क्या आप विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात होने पर पेंसिलों की संख्या बता सकते हैं?
(विद्यार्थियों की संख्या के लिए a का प्रयोग कर सकते हैं।)



7. क्या आप बता सकते हैं कि निम्न में से कौन-से व्यंजक केवल संख्याओं वाले व्यंजक हैं और कौन से चर वाले हैं?
- (a) $b + 8$ (b) $7 - 7a$ (c) $4x$ (d) 6×5
8. निम्नलिखित स्थितियों के लिए व्यंजक लिखिए :
- | | |
|---------------------------|-------------------------------------------------------------|
| (a) r में 12 जोड़ना | (c) $-a$ में से 3 घटाना |
| (b) z में से 18 घटाना | (d) r को 7 से भाग देना |
| (e) s को 6 से गुणा करना | (g) $-b$ को 2 से भाग देना (f) f को -3 से गुणा करना |
9. रोहन की आयु y वर्ष दी गई है। क्या आप बता सकते हैं कि $(y - 4)$ क्या दर्शाएगा?

क्रियाकलाप

आप अपने नजदीक की किसी दुकान पर जाइए और नीचे दी गई चीजों की सूची का पता करें :

काले चने के दाम (प्रति किलोग्राम) =

सफेद चने के दाम (प्रति किलोग्राम) =

राजमा के दाम (प्रति किलोग्राम) =

आटे का दाम (प्रति किलोग्राम) =

सूजी का दाम (प्रति किलोग्राम) =

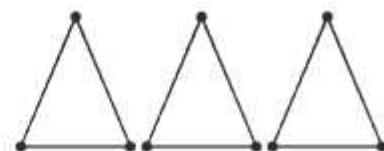
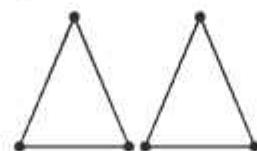
बेसन का दाम (प्रति किलोग्राम) =

रिक्त स्थानों को भरिए-

तुलना	किसके दाम ज्यादा हैं	कितने ज्यादा हैं	नियम
आटा, बेसन	अगर आटे का दाम x रु. है तो बेसन का दाम =
राजमा, काले चने	अगर काले चले का दाम p रु. है तो राजमा का दाम =
बेसन, सूजी	अगर बेसन का दाम y रु. हो तो सूजी का दाम =
काले चने, सफेद चने	अगर सफेद चने z रु. हैं तो काले चने का मूल्य =

आइए एक ओर परिस्थिति देखते हैं :

सुमन 3 तीलियों की सहायता से एक त्रिभुज बनाती है और फिर एक प्रतिरूप बनाते हुए 6 तीलियों की सहायता से 2 त्रिभुज बनाती है। जैसा कि नीचे आकृति में दिखाया गया है :



और इसी प्रक्रिया को दोहराती हैं। क्या आप बता सकते हैं? अगर त्रिभुजों की संख्या 4 हो तो हमें कितनी तीलियों की आवश्यकता होगी?

जी हाँ, 12

अगर त्रिभुजों की संख्या x हो तो तीलियों की संख्या कितनी होगी?

जी हाँ, $3x$

लेकिन तभी मनोज आता है और सुमन से पूछता है कि अगर उसके पास 15 तीलियाँ हैं तो वह कितने त्रिभुज (Δ) बना सकती है?

इस तरह की परिस्थितियों को हम चर पर प्रतिबंध कहते हैं। इसका अर्थ यह है कि $3x = 15$

इसी प्रतिबंध को हम समीकरण कहते हैं। समीकरण का प्रयोग हम अनेक परिस्थितियों में करते हैं। समीकरण में हमेशा समीकरण (=) का चिह्न होता है। किसी भी समीकरण में बराबर के चिह्न से पहले वाला पक्ष दाँया पक्ष (Left Hand Side or LHS) व बाद वाला पक्ष दाँया पक्ष (Right Hand Side or RHS) कहलाता है। इसका अभिप्राय यह है कि दाँया पक्ष व बायाँ पक्ष एक दूसरे के बराबर होते हैं। इसको हम एक तराजू की तरह भी समझ सकते हैं।

आइए प्रयास करें

निम्नलिखित में से कौन-से समीकरण हैं।

- | | |
|--------------------|---------------|
| (i) $5x = 40$ | (ii) $25 > 5$ |
| (iii) $3y - 4 = 7$ | (iv) $2z < 6$ |
| (v) $6p + 4 = 11$ | (vi) $2q > 4$ |

आइए, अब समीकरण के हल पर चर्चा करते हैं।

उपरोक्त परिस्थिति में समीकरण है $3x = 15$

चर का वह मान जो इस समीकरण को संतुष्ट करता है वह इसका हल होता है यानि कि चर का वह मान जिससे समीकरण का बायाँ पक्ष दाये पक्ष के बराबर हो जाए। आइए इसकी जाँच करते हैं।

अगर हम x की जगह 1 डालें तो हमें मिलता है $3 \times 1 = 3$

अगर x की जगह 2 डालें तो $3 \times 2 = 6$ आता है। आइए एक सारणी बनाते हैं।



x	$3x$	समीकरण ($3x = 15$) संतुष्ट है
1	$3 \times 1 = 3$	नहीं
2	$3 \times 2 = 6$	नहीं
3	$3 \times 3 = 9$	नहीं
4	$3 \times 4 = 12$	नहीं
5	$3 \times 5 = 15$	हाँ
6	$3 \times 6 = 18$	नहीं
7	$3 \times 7 = 21$	नहीं

हम देखते हैं कि अगर x का मान 5 होता है तो समीकरण संतुष्ट हो जाती है। अतः $x = 5$ समीकरण का हल हुआ अर्थात् 15 तीलियों से हम 5 त्रिभुज बना सकते हैं।



आइए प्रयास करें

	समीकरण	चर का मान	समीकरण संतुष्ट है या नहीं
(a)	$4x = 20$	$x = 4$	नहीं
(b)	$4x = 20$	$x = 5$
(c)	$z + 3 = 7$	$z = 4$
(d)	$p - 3 = 7$	$p = 5$
(e)	$p - 3 = 10$	$p = 7$
(f)	$p - 3 = 10$	$p = 13$
(g)	$2y + 3 = 5$	$y = 1$
(h)	$5x - 4 = 6$	$x = 1$
(i)	$5x - 4 = 6$	$x = 2$

आइए एक और उदाहरण देखते हैं। हरीश के पिता की आयु हरीश के आयु के 6 गुने से 5 वर्ष अधिक है। हरीश की आयु ज्ञात करें अगर उसके पिता की आयु 41 वर्ष है।

मान लेते हैं कि हरीश की आयु x वर्ष है तब हरीश के पिता की आयु $6x + 5$ होगी। लेकिन हरीश के पिता की आयु 41 वर्ष है। इसलिए समीकरण बना $6x + 5 = 41$

आइए, अब इसका हल ज्ञात करते हैं।

चर का मान	समीकरण ($6x + 5 = 41$)	समीकरण संतुष्ट है
$x = 1$	$6 \times 1 + 5 = 6 + 5 = 11$	नहीं
$x = 2$	$6 \times 2 + 5 = 12 + 5 = 17$	नहीं
$x = 3$	$6 \times 3 + 5 = 18 + 5 = 23$	नहीं
$x = 4$	$6 \times 4 + 5 = 24 + 5 = 29$	नहीं
$x = 5$	$6 \times 5 + 5 = 30 + 5 = 35$	नहीं
$x = 6$	$6 \times 6 + 5 = 36 + 5 = 41$	हाँ

समीकरण $x = 6$ संतुष्ट हुआ। इसका अर्थ है हरीश की आयु 6 वर्ष है। उपरोक्त समीकरण में हल निकालने की विधि को प्रयत्न और भूल विधि (trial and error method) कहते हैं।

अभ्यास प्रश्न-9

- रिक्त स्थानों में हाँ या नहीं भरिए :

	चर का मान	समीकरण	समीकरण संतुष्ट है
(i)	$x = 3$	$3x - 4 = 5$
(ii)	$y = 5$	$4y - 4 = 15$
(iii)	$z = -1$	$2z + 1 = -1$

(iv)	$p = \frac{1}{2}$	$10p = 5$
(v)	$q = -4$	$4q + 16 = 1$
(vi)	$r = 7$	$3r - 14 = 7$
(vii)	$q = -1$	$4q + 16 = 2$

2. मिलान कीजिए :

समीकरण	हल
(i) $3m = 21$	(a) 1
(ii) $p + 7 = 10$	(b) 4
(iii) $2q - 1 = 1$	(c) 10
(iv) $3r + 3 = 15$	(d) 5
(v) $x - 4 = 6$	(e) 7
(vi) $6r - 1 = 29$	(f) 3

3. सारणी को पूरा करे और सारणी को देखकर समीकरण का हल ज्ञात कीजिए-

(i) $m - 4 = 3$

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m - 4$	-3	-	-	-	-	-	-	-	-

(ii) $3z + 1 = 13$

z	1	2	3	4	5	6
$3z + 1$	-	-	-	-	-	-

(iii) $\frac{3p}{4} = 3$

p	1	2	3	4	5
$\frac{3p}{4}$	-	-	-	-	-

4. जितेन्द्र के कंचों की संख्या सुनील के कंचों की संख्या से 5 अधिक है। अगर जितेन्द्र के पास 10 कंचे हैं। तो सुनील के कंचों की संख्या भूल और प्रयत्न विधि से ज्ञात करो।

(माना सुनील के कंचों की संख्या = x)

5. आशीष के दोस्त की आयु आशीष की आयु के दोगुने से पाँच कम है अगर आशीष के दोस्त की आयु 25 वर्ष है तो आशीष की आयु ज्ञात करो।

(माना आशीष की आयु = y वर्ष)

6. मैं कौन-सी संख्या हूँ?
- अगर मुझमें से 5 घटाओंगे तो 10 पाओगे।
 - अगर मुझे 2 से गुणा करके उसमें 3 जोड़ोंगे तो एक क्रिकेट टीम में खिलाड़ियों की संख्या पाओगे।
 - अगर मुझे 6 में से घटाओंगे तो 2 पाओगे।

उत्तरमाला

अभ्यास प्रश्न-9

- (i) हाँ (ii) नहीं (iii) हाँ
 (iv) हाँ (v) नहीं (vi) हाँ (vii) नहीं
- (i) e (ii) f (iii) a
 (iv) b (v) c (vi) d
- (i)

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m - 4$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5

 (ii)

z	1	2	3	4	5	6
$3z + 1$	4	7	10	13	16	19

 (iii)

p	1	2	3	4	5
$\frac{3p}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{12}{4} = 3$	$\frac{15}{4}$
- 5
- 15 वर्ष
- (i) 15 (ii) 4 (ii) 4

विद्यार्थी प्रगति पत्रक

शिक्षक/शिक्षिका विगत पाठ्य-सामग्री के आधार पर विद्यार्थी की प्रगति को निम्नलिखित तालिका में अंकित करें।

क्र.सं.	अधिगम संप्राप्ति	3.	2.	1.
1.	----- ----- -----	सक्षम है	सहायता से करता/करती है	सुधार की आवश्यकता है
2.	----- ----- -----			
3.	----- ----- -----			
4.	----- ----- -----			
5.	----- ----- -----			
6.	----- ----- -----			
7.	----- ----- -----			
8.	----- ----- -----			
9.	----- ----- -----			
10.	----- ----- -----			

10

अध्याय

मापन की इकाइयाँ

इस पाठ से हम सीखेंगे

- लम्बाई नापने की इकाइयों की जानकारी एवं उनमें संबंध।
- वजन तोलने की इकाइयों की जानकारी एवं उनमें संबंध।
- धारिता (द्रव की मात्रा) मापने की इकाइयों की जानकारी एवं उनमें संबंध।
- समय नापने की इकाइयों की जानकारी एवं उनमें संबंध।



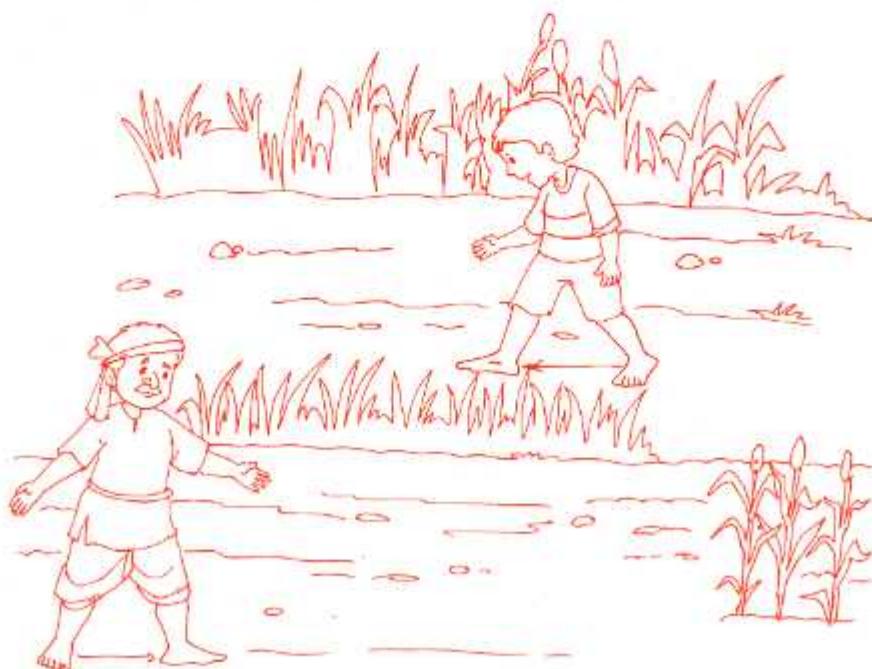
आवश्यक सामग्री



पेन, पेन्सिल, दूध की खाली थैली, साबुन के खाली पैकट, सॉफ्ट ड्रिंक की खाली बोतलें, विभिन्न आकार की किताबें, पानी की बोतल, आटे की खाली थैली, घड़ी तथा इसी प्रकार की अन्य वस्तुएँ।

लम्बाई नापने की इकाइयों की जानकारी एवं उनमें संबंध

यदि हम किसी खेत की लम्बाई या चौड़ाई नापना चाहते हैं। इसके लिए हम 'कदमों' का उपयोग कर सकते हैं। यहाँ 'कदम' लम्बाई मापने का एक मात्रक है। यह खेत की लम्बाई नापने के लिए उचित मात्रक नहीं होगा क्योंकि हर एक व्यक्ति के कदमों की लम्बाई बराबर नहीं होती। हो सकता है कि सीधे व्यक्ति के कदम छोटे हों तो खेत की लम्बाई ज्यादा 'कदमों' में आएगी यदि कदम बड़े होंगे तो खेत की लम्बाई कम 'कदमों' में आएगी। इसलिए 'कदम' लम्बाई नापने की एक मानक इकाई (मात्रक) नहीं हो सकती है।



लम्बाई का मानक इकाई 'मीटर' है

यदि हमें खेत की लम्बाई, स्कूल के मैदान की लम्बाई या चौड़ाई नापनी हो तो हम 'मीटर' का उपयोग कर सकते हैं।

यदि हमें दिल्ली से आगरा के बीच जैसी बड़ी दूरी नापनी है, तो मीटर इसके लिए उचित इकाई नहीं होगी। हम इसके लिए एक दूसरी इकाई किलोमीटर का उपयोग कर सकते हैं, क्योंकि दिल्ली और आगरा के बीच की दूरी काफी ज्यादा है।

अब यदि हमें पैन्सिल की लम्बाई या किताब की लम्बाई ज्ञात करनी है, तो हम मीटर से छोटी इकाई सेंटीमीटर का उपयोग कर सकते हैं।

पैन्सिल की लम्बाई = 5 cm



$$\begin{aligned}1 \text{ किलोमीटर} &= 1000 \text{ मीटर} \\1 \text{ मीटर} &= 100 \text{ सेंटीमीटर} \\1 \text{ किलोमीटर} &= 1000 \times 100 \\&= 100000 \text{ सेंटीमीटर}\end{aligned}$$

- किलोमीटर को हम किमी. या (km) से दर्शाते हैं।
- मीटर को हम 'मी' या (m) से दर्शाते हैं।
- सेंटीमीटर को हम सेमी. या (cm) से दर्शाते हैं।

लम्बाई व चौड़ाई की इन विभिन्न इकाईयों को एक दूसरे में भी परिवर्तित किया जा सकता है।

- '1' किलोमीटर में 1000 मीटर होते हैं। किलोमीटर को मीटर में बदलने के लिए हम इसे 1000 से गुणा कर देते हैं।

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$5 \text{ km} = 5 \times 1000 = 5000 \text{ m}$$

$$3 \text{ km } 715 \text{ m} = 3 \text{ km} + 715 \text{ m}$$

$$= 3 \times 1000 + 715$$

$$= 3000 + 715$$

$$= 3715 \text{ m}$$

- 1 मीटर एक किलोमीटर का हजारवाँ हिस्सा होता है। मीटर को किलोमीटर में बदलने के लिए हम 1000 से भाग कर देते हैं।

$$1 \text{ m} = \frac{1}{1000} \text{ km} = 0.001 \text{ km}$$

$$52 \text{ m} = \frac{52}{1000} \text{ km} = 0.052 \text{ km}$$

$$672 \text{ m} = \frac{672}{1000} \text{ km} = 0.672 \text{ km}$$

$$1762 \text{ m} = \frac{1762}{1000} \text{ km} = 1.762 \text{ km}$$

- 1.762 km को 1 km 762 m भी लिख सकते हैं।
 - 1 मीटर में 100 सेंटीमीटर होते हैं।
- मीटर को सेंटीमीटर में बदलने के लिए हम मीटर को 100 से गुणा कर देते हैं।

$$1 \text{ मीटर} = 100 \text{ cm}$$

$$5 \text{ मीटर} = 5 \times 100 = 500 \text{ cm}$$

$$5 \text{ m } 35 \text{ cm} = 5 \text{ m} + 35 \text{ cm}$$

$$= 5 \times 100 + 35 = 535 \text{ cm}$$

- 5 m 35cm को हम 5.35m भी लिख सकते हैं।

$$5.35\text{m} = 5.35 \times 100 = 535\text{cm}$$

- '1' सेंटीमीटर 1 मीटर का सौवाँ हिस्सा होता है सेंटीमीटर को मीटर में बदलने के लिए हम इसे 100 से भाग करते हैं।

$$1 \text{ सेंटीमीटर} = \frac{1}{100} \text{ मीटर} = 0.01 \text{ मीटर}$$

$$5 \text{ cm} = \frac{5}{100} \text{ m} = 0.05 \text{ m}$$

$$35 \text{ cm} = \frac{35}{100} \text{ m} = 0.35 \text{ m}$$

$$355 \text{ cm} = \frac{355}{100} \text{ m} = 3.55 \text{ m}$$

- 3.55 m को हम 3 m 55 cm भी लिख सकते हैं।

$$1755 \text{ cm} = \frac{1755}{100} \text{ m} = 17.55 \text{ m}$$

- 17.55 m को हम 17 m 55 cm भी लिख सकते हैं।

अध्यास प्रश्न-10.1

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति करो।

- (i) $1\text{ m} = \dots\text{ cm}$
- (ii) $1\text{ km} = \dots\text{ m}$
- (iii) $2\text{ m } 35\text{ cm} = \dots\text{ cm}$
- (iv) $1\text{ km } 375\text{ m} = \dots\text{ m}$
- (v) $355\text{ cm} = \dots\text{ m } \dots\text{ cm}$
- (vi) $125\text{ cm} = \dots\text{ m } \dots\text{ cm}$
- (vii) $2175\text{ m} = \dots\text{ km } \dots\text{ m}$
- (viii) $5\text{ km} = \dots\text{ m}$
- (ix) $5\text{ m } 55\text{ cm} = \dots\text{ cm}$
- (x) $1\text{ km} = \dots\text{ cm}$

2. मीटर में लिखिए।

- (i) 54 cm
- (ii) 315 cm
- (iii) 2 cm
- (iv) 12 cm
- (v) 115 cm

3. मीटर में लिखिए।

- (i) $15\text{ m } 17\text{ cm}$
- (ii) $3\text{ m } 7\text{ cm}$

4. किलोमीटर में लिखिए।

- (i) 3575 m
- (ii) 715 m
- (iii) 55 m
- (iv) $5\text{ km } 715\text{ cm}$
- (v) $6\text{ km } 215\text{ cm}$

5. मीटर में लिखिए।

- (i) 5.175 km
- (ii) 3.007 km
- (iii) $3\text{ km } 215\text{ m}$
- (iv) $2\text{ km } 15\text{ m}$
- (v) $5\text{ km } 715\text{ m}$

वजन तोलने की विभिन्न इकाइयों की जानकारी एवं उनमें संबंध

श्याम के पास एक बल्ला, एक गेंद तथा एक किताब है। श्याम यह जानना चाहता है इसमें से कौन-सी वस्तु सबसे ज्यादा भारी है। इसके लिए उसे तीनों वस्तुओं का वजन तोलना होगा। वजन तोलने के लिए हमें तराजू और बाट की जरूरत पड़ेगी।

सलीम के पास एक रुई की गठरी है तथा एक थैले में कुछ लोहे के टुकड़े हैं। रुई की गठरी लोहे के टुकड़ों के मुकाबले काफी बड़ी है। सलीम जानना चाहता है रुई की गठरी भारी है या लोहे के टुकड़े। इसके लिए उसे इन वस्तुओं के वजन को तोलना होगा।

वजन को नापने की एक इकाई 'किलोग्राम' होती है। हम बाजार में गेहूँ या चावल किलोग्राम में खरीदते हैं।

उदाहरण :

यदि हम आटे की थैली खरीदें, तो उस पर उसका भार अंकित होता है, जैसे 10 'kg'



आटे की थैली 10 kg

इलायची, अदरक जैसी वस्तुएँ हमें कम मात्रा में चाहिए होती हैं, इसलिए हम इन्हें किलोग्राम से छोटी इकाई 'ग्राम' में खरीदते हैं।

उदाहरण :

साबुन की टिकिया पर उसका वजन 200 'ग्राम' लिखा होता है।



चीनी का पैकट 1 kg



साबुन की टिकिया

दवाइयों की हमें बहुत कम मात्रा में जरूरत पड़ती है। इसलिए दवाइयों का वजन ग्राम से छोटी इकाई मिलीग्राम (mg) में लिखा होता है।



साबुन की टिकिया पर उसका वजन 200 'gm' लिखा हुआ है। हमने 1 'kg' चीनी तराजू के एक तरफ रखी तथा साबुन की पाँच टिकिया तराजू के दूसरी तरफ रखी। हम देखते हैं तराजू के दोनों पलड़े बराबर हैं। इस तरह हम कह सकते हैं, $1 \text{ kg} = 200 \times 5 = 1000 \text{ gm}$ के बराबर होता है।



तराजू के दोनों पलड़े बराबर हैं।

साबुन की 5 टिकिया

चीनी का पैकेट

$$1 \text{ kg} = 200 \times 5 \text{ gm}$$

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ gm}$$

$$1 \text{ किलोग्राम (kg)} = 1000 \text{ ग्राम (gm)}$$

$$1 \text{ ग्राम (gm)} = 1000 \text{ मिलीग्राम (mg)}$$

हम किलोग्राम को 'kg' या किग्रा. से दर्शा सकते हैं।

हम ग्राम को (gm) से दर्शा सकते हैं।

हम मिलीग्राम को (mg) या मिग्रा से दर्शा सकते हैं।

$$1 \text{ किलोग्राम (kg)} = 1000 \text{ ग्राम (gm)}$$

किलोग्राम को ग्राम में बदलने के लिए हम किलोग्राम को 1000 से गुणा कर देते हैं।

$$5 \text{ kg} = 5 \times 1000 = 5000 \text{ gm}$$

$$5 \text{ kg } 788 \text{ gm} = 5 \text{ kg} + 788 \text{ gm}$$

$$= 5 \times 1000 \text{ gm} + 788 \text{ gm}$$

$$= 5788 \text{ gm}$$

$$5 \text{ kg } 41 \text{ gm} = 5 \text{ kg} + 41 \text{ gm}$$

$$= 5 \times 1000 \text{ gm} + 41 \text{ gm} = 5041 \text{ gm}$$

नोट : 5 kg 788 gm को हम 5.788 kg भी लिख सकते हैं इसके लिए भी हमें 5.788 को 1000 से गुणा करना होगा। $5.788 \times 1000 = 5788 \text{ gm}$

ग्राम को किलोग्राम में बदलने के लिए हम ग्राम को 1000 से भाग कर देते हैं।

$$5 \text{ gm} = \frac{5}{1000} = 0.005 \text{ kg}$$

$$712 \text{ gm} = \frac{712}{1000} = 0.712 \text{ kg}$$

$$5712 \text{ gm} = \frac{5712}{1000} = 5.712 \text{ kg} \quad (\text{इसको हम } 5 \text{ kg } 712 \text{ gm भी लिख सकते हैं।})$$

$$5041 \text{ gm} = \frac{5041}{1000} = 5.041 \text{ kg} \quad (\text{इसको हम } 5 \text{ kg } 41 \text{ gm भी लिख सकते हैं।})$$

1 ग्राम में 1000 मिलीग्राम होते हैं

ग्राम को मिलीग्राम में बदलने के लिए हम ग्राम को 1000 से गुणा कर देते हैं।

$$1 \text{ gm} = 1000 \text{ mg}$$

$$23 \text{ gm} = 23 \times 1000 = 23000 \text{ mg}$$

1 मिलीग्राम 1 ग्राम का हजारवाँ हिस्सा होता है मिलीग्राम को ग्राम में बदलने के लिए हम मिलीग्राम को 1000 से भाग कर देते हैं।

$$1 \text{ मिलीग्राम (mg)} = \frac{1}{1000} \text{ ग्राम (gm)}$$

$$75 \text{ mg} = \frac{75}{1000} \text{ gm} = 0.075 \text{ gm}$$

$$275 \text{ mg} = \frac{275}{1000} \text{ gm} = 0.275 \text{ gm}$$

अभ्यास प्रश्न-10.2

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति करो।

$$(i) 1 \text{ kg} = \dots \text{ gm}$$

$$(ii) 1 \text{ gm} = \dots \text{ mg}$$

$$(iii) 200 \text{ gm} = \dots \text{ kg}$$

$$(iv) 2 \text{ kg } 315 \text{ gm} = \dots \text{ gm}$$

$$(v) 5175 \text{ gm} = \dots \text{ kg} \dots \text{ gm}$$

$$(vi) 8 \text{ kg} = \dots \text{ gm}$$

$$(vii) 7 \text{ gm } 175 \text{ mg} = \dots \text{ mg}$$

$$(viii) 2135 \text{ mg} = \dots \text{ gm} \dots \text{ mg}$$

$$(ix) 5 \text{ kg } 275 \text{ g} = \dots \text{ kg}$$

$$(x) 275 \text{ gm} = \dots \text{ kg}$$

2. किलोग्राम में लिखो।

$$(i) 2135 \text{ gm} \quad (ii) 150 \text{ gm} \quad (iii) 165 \text{ gm} \quad (iv) 21357 \text{ gm} \quad (v) 2575 \text{ gm}$$

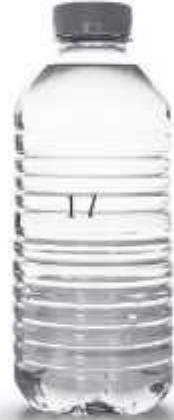
3. किलोग्राम और ग्राम में लिखो।

$$(i) 3135 \text{ gm} \quad (ii) 5037 \text{ gm}$$

4. ग्राम में लिखो।
 (i) 1 kg 375 gm (ii) 14 kg 375 gm (iii) 1.275 kg (iv) 3.027 kg (v) 12.175 kg
5. मिलीग्राम में लिखो।
 (i) 2 gm (ii) 15 gm
6. ग्राम में लिखो।
 (i) 2000 mg (ii) 3175 mg

धारिता (द्रव का मात्रा) मापने की इकाइयों की जानकारी एवं उनमें सम्बन्ध

हम कुछ ऐसी चीजों की सूची बनाते हैं जो बोतल में या चैकेट में मिलती हैं।



पानी की बोतल



साफ्ट ड्रिंक की बोतल



दूध की थैली



दूध की थैली

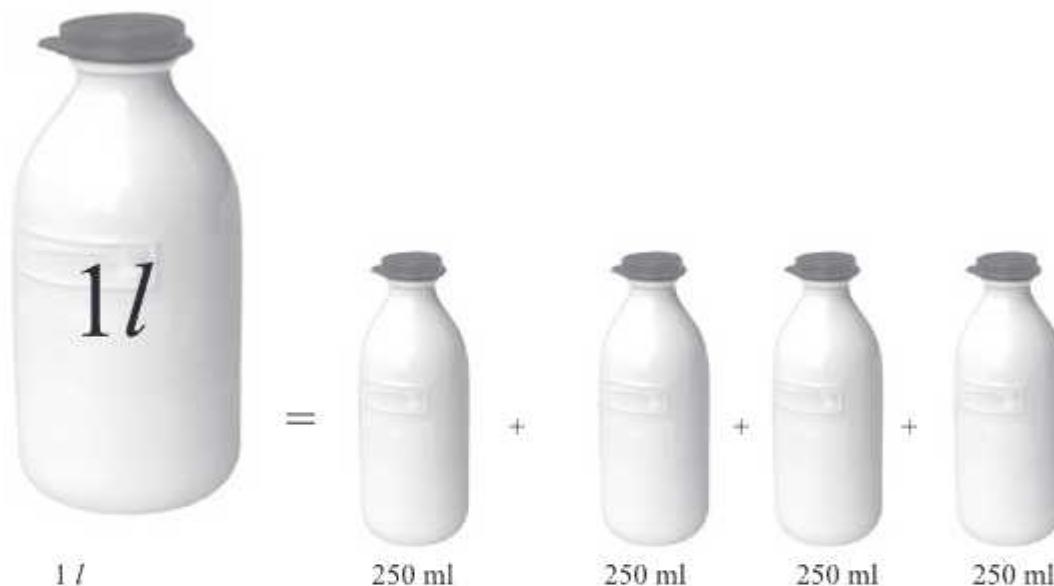


साफ्ट ड्रिंक्स की बोतल

हम बाजार से दूध लाते हैं तो पाते हैं कि बूथ पर दूध पोलीथीन के पैकेटों में भी मिलता है। उस पर लीटर या मिलीलीटर में कुछ लिखा होता है। बड़े पैकट पर 1 'l' (लीटर) लिखा होता है। छोटे पैकट पर 500 (ml) लिखा होता है। दूध की थैली पर लिखे (/) या (ml) उसके अन्दर भरे द्रव्य की मात्रा को दर्शाते हैं।

द्रव्य की मात्रा को मापने की एक इकाई लीटर (/) है। इसी प्रकार मिलीलीटर भी एक इकाई हैं।

सॉफ्ट ड्रिंक की बड़ी बोतल पर 2 'l' या 600 'ml' लिखा होता है। काँच की छोटी बोतलों पर 250 'ml' लिखा होता है। काँच की चार छोटी 250 'ml' वाली बोतलों के द्रव को एक '/' वाली बोतल में डालो। हम देखते हैं काँच की चार 250 'ml' वाली बोतलें '1' लीटर वाली बोतल को पूरा भर देती हैं।



$$1 \text{ l} = 250 \text{ ml} + 250 \text{ ml} + 250 \text{ ml} + 250 \text{ ml} = 1000 \text{ ml}$$

इससे हमें पता लगता है। '1' लीटर में 1000 मिलीलीटर होते हैं।

$$1 \text{ l} = 1000 \text{ ml}$$

- हम लीटर को 'l' से दर्शाते हैं
- मिलीलीटर को 'ml' से दर्शाते हैं
- किलोलीटर को 'kl' से दर्शाते हैं

खाँसी के सिरप पर मिलीलीटर से कुछ लिखा होता है उदाहरण के लिए 50 'ml'

दवाइयों की जरूरत हमें कम मात्रा में पड़ती है, इसलिए उसमें भरे द्रव्य की मात्रा को 'ml' से दिखाया जाता है।

यदि हम एक बड़े ड्रम में 1 'l' पानी की 1000 बोतलों का पानी डालें और ड्रम पूरा लबालब भर जाए तो हम कहेंगे ड्रम की धारिता (द्रव्य की मात्रा) '1' किलोलीटर 'kl' है।

$$1 \text{ kl} = 1000 \text{ l}$$

- ‘1’ लीटर 1000 मिलीलीटर के बराबर होता है।
लीटर को मिलीलीटर में बदलने के लिए इसे हम 1000 से गुणा करते हैं।

$$2 \text{ l} = 2 \times 1000 \text{ ml} = 2000 \text{ ml}$$

$$\begin{aligned}3 \text{ l } 15 \text{ ml} &= 3 \times 1000 \text{ ml} + 15 \text{ ml} = 3000 \text{ ml} + 15 \text{ ml} \\&= 3015 \text{ ml}\end{aligned}$$

- ‘1’ मिलीलीटर ‘1’ लीटर का हजारवाँ हिस्सा होता है।

$$1 \text{ ml} = \frac{1}{1000} \text{ l} = 0.001 \text{ 'l'}$$

$$72 \text{ ml} = \frac{72}{1000} \text{ l} = 0.072 \text{ 'l'}$$

$$\begin{aligned}4 \text{ l } 315 \text{ ml} &= 4 \text{ l} + 315 \text{ ml} \\&= 4 \times 1000 \text{ ml} + 315 \text{ ml} \\&= 4000 \text{ ml} + 315 \text{ ml} \\&= 4315 \text{ ml}\end{aligned}$$

- 1 किलोलीटर में 1000 लीटर होते हैं। किलोलीटर को लीटर में बदलने के लिए हम इसे 1000 से गुणा करते हैं।

$$50 \text{ kl} = 50 \times 1000 = 5000 \text{ 'l'}$$

- ‘1’ किलोलीटर का हजारवाँ हिस्सा ‘1’ लीटर होता है। लीटर को किलोलीटर में बदलने के लिए हम इसे 1000 से भाग कर देते हैं।

$$3000 \text{ l} = \frac{3000}{1000} \text{ kl} = 3 \text{ 'kl'}$$

अभ्यास प्रश्न-10.3

1. सिक्त स्थानों की पूर्ति करो।

(i) $1 \text{ 'l'} = \dots \text{ ml}$

(ii) $1 \text{ kl} = \dots \text{ l}$

(iii) $2 \text{ l } 500 \text{ ml} = \dots \text{ ml}$

(vi) $4 \text{ kl} = \dots \text{ l}$

(v) $2000 \text{ ml} = \dots \text{ l}$

2. मिलीलीटर (ml) में लिखो।

(i) 2 l

(ii) $1 \text{ l } 500 \text{ ml}$

(iii) 5 l

3. लीटर ('l') में लिखो।

(i) 1000 ml

(ii) 2000 ml

(iii) 3000 ml

(iv) 500 ml

4. लीटर ('l') में लिखो।

1 kl ,

15 kl ,

2 kl ,

20 kl

समय की विभिन्न इकाइयों के बारे में जानकारी

गर्मियों में दिन बड़े होते हैं। गर्मियों में सूर्योदय जल्दी होता है तथा सूर्यास्त देर में होता है। सर्दियों में दिन छोटे होते हैं। सर्दियों में सूर्योदय थोड़ा देर से होता है तथा सूर्यास्त जल्दी हो जाता है। हर दिन सूर्योदय तथा सूर्यास्त का समय एक जैसा नहीं रहता। अगर हम समाचार पत्र को पढ़े तो उसमें सूर्य के उदय होने और उसके अस्त होने का समय लिखा रहता है।

उदाहरण :

सूर्योदय का समय सुबह 6 बजकर 15 मिनट

सूर्यास्त का समय साथ 7 बजकर 5 मिनट

समय को नापने के लिए हमें घंटे, मिनट तथा सेकंड की जरूरत पड़ती है।

1 दिन में 24 घंटे होते हैं। 1 घंटे में 60 मिनट होते हैं।

आइए नीचे दिए हुए प्रश्नों के उत्तर देने की कोशिश करें।

प्र. फुटबाल मैच कितने समय का होता है?

उ. 90 मिनट

प्र. हाकी मैच कितने समय का होता है?

उ. 70 मिनट

प्र. खेल का पीरियड कितना लंबा होता है?

उ. 30 मिनट

प्र. आपको 100 मीटर दौड़ने में कितना समय लगेगा?

इस प्रश्न का उत्तर देने के लिए हमें समय की इकाई (सेकंड) की आवश्यकता होगी।



समय की विभिन्न मानक इकाइयों में संबंध

1 दिन में 24 घंटे होते हैं।

1 घंटे में 60 मिनट होते हैं।

1 मिनट में 60 सेकंड होते हैं।

- घंटे को मिनट में बदलने के लिए इसे हम 60 से गुणा करते हैं।

$$1 \text{ घंटा} = 60 \text{ मिनट}$$

$$3 \text{ घंटे} = 3 \times 60 = 180 \text{ मिनट}$$

$$3 \text{ घंटे } 20 \text{ मिनट} = 3 \times 60 + 20 = 200 \text{ मिनट}$$

- मिनटों को घंटे में बदलने के लिए हम इसे 60 से भाग कर देते हैं।

$$(i) 300 \text{ मिनट} = 300 \div 60 = 5 \text{ घंटे}$$

$$(ii) 320 \text{ मिनट} = 320 \div 60 = 5 \text{ घंटे } 20 \text{ मिनट}$$

$$\begin{array}{r} 60) 320 (5 \text{ घंटे} \\ \underline{- 300} \\ \underline{\hspace{1cm} 20 \rightarrow \text{मिनट}} \end{array}$$

$$1 \text{ घंटा} = 60 \text{ मिनट}$$

$$1 \text{ मिनट} = 60 \text{ सेकंड}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ घंटा} &= 60 \times 60 \\ &= 3600 \text{ सेकंड} \end{aligned}$$

- 1 मिनट में 60 सेकंड होते हैं। मिनट को सेकंड में बदलने के लिए हम इसे 60 से गुणा कर देते हैं।

$$3 \text{ मिनट} = 3 \times 60 = 180 \text{ सेकंड}$$

$$3 \text{ मिनट } 20 \text{ सेकंड} = 3 \times 60 + 20 = 200 \text{ सेकंड}$$

- सेकंड को मिनट में बदलने के लिए इसे हम 60 से भाग कर देते हैं।

$$300 \text{ सेकंड} = 300 \div 60 = 5 \text{ मिनट}$$

$$\begin{array}{r} 60) 300 (5 \text{ मिनट} \\ \underline{300} \\ 0 \end{array}$$

$$325 \text{ सेकंड} = 325 \div 60 = 5 \text{ मिनट } 25 \text{ सेकंड}$$

$$\begin{array}{r} 60) 325 (5 \text{ मिनट} \\ \underline{300} \\ 25 \text{ सेकंड} \end{array}$$

अभ्यास प्रश्न-10.4

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति करो।

- 1 घंटा = मिनट
- 3 घंटा = मिनट
- 2 घंटा 30 मिनट = मिनट
- 3 घंटा 20 मिनट = मिनट
- 320 मिनट = घंटा मिनट
- 150 मिनट = घंटा मिनट
- 1 मिनट = सेकंड
- 3 मिनट = सेकंड
- 3 मिनट 20 सेकंड = सेकंड
- 90 सेकंड = मिनट सेकंड

2. मिलान कीजिए।

- | | |
|---------------|----------------------|
| (a) 135 मिनट | (i) 1 मिनट 15 सेकंड |
| (b) 290 मिनट | (ii) 2 घंटे 15 मिनट |
| (c) 315 सेकंड | (iii) 8 घंटे 45 मिनट |
| (d) 525 मिनट | (iv) 5 मिनट 15 सेकंड |
| (e) 75 सेकंड | (v) 4 घंटे 50 मिनट |

उत्तरमाला

अभ्यास प्रश्न-10.1

- | | | | |
|----|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 1. | (i) 100
(iv) 1375
(vii) 2, 175 | (ii) 1000
(v) 3, 55
(viii) 5000 | (iii) 235
(vi) 1, 25
(ix) 555
(x) 100000 |
| 2. | (i) 0.54 m
(iv) 0.12 m | (ii) 3.15 m
(v) 1.15 m | (iii) 0.02 m |
| 3. | (i) 15.17 m | (ii) 3.07 m | |
| 4. | (i) 3.575 km
(iv) 5.715 km | (ii) 0.715 km
(v) 6.215 km | (iii) .055 km |
| 5. | (i) 5175 m
(iv) 2015 m | (ii) 3007 m
(v) 5715 m | (iii) 3215 m |

अभ्यास प्रश्न-10.2

- | | | | |
|----|-------------------------------------|----------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 1. | (i) 1000
(iv) 2315
(vii) 7175 | (ii) 1000
(v) 5,175
(viii) 2,135 | (iii) 0.2
(vi) 8000
(ix) 5.275
(x) 0.275 |
| 2. | (i) 2.135 kg
(iv) 21.357 kg | (ii) 0.15 kg
(v) 2.575 kg | (iii) 0.165 kg |
| 3. | (i) 3 kg 135 gm | (ii) 5 kg 37 gm | |
| 4. | (i) 1375 gm
(iv) 3027 gm | (ii) 14375 gm
(v) 12175 gm | (iii) 1275 gm |
| 5. | (i) 2000 mg | (ii) 15000 mg | |
| 6. | (i) 2 gm | (ii) 3.175 gm | |

अभ्यास प्रश्न-10.3

- | | | | |
|----|--------------------------------------------|--------------------|------------------------------|
| 1. | (i) 1000
(iv) 4000 | (ii) 1000
(v) 2 | (iii) 2500 |
| 2. | (i) 2000 | (ii) 1500 | (iii) 5000 |
| 3. | (i) 1 l
(iv) $0.5\ l$ या $\frac{1}{2}l$ | (ii) 2 l | (iii) 3 l |
| 4. | (i) 1000 l | (ii) 15000 l | (iii) 2000 l
(iv) 20000 l |

अभ्यास प्रश्न-10.4

1. (i) 60 (ii) 180 (iii) 150
 (iv) 200 (v) 5, 20 (vi) 2, 30
 (vii) 60 (viii) 180 (ix) 200
 (x) 1, 30
2. a (ii)
 b (v)
 c (iv)
 d (iii)
 e (i)

आकृतियों की पहचान/वर्गीकरण

इस पाठ से हम सीखेंगे

- त्रिभुज, चतुर्भुज, पंचभुज तथा षट्भुज की पहचान
- घन तथा घनाभ की पहचान



आवश्यक सामग्री

माचिस की तीलियाँ, पासा, ईंट, गेंद तथा इसी प्रकार की अन्य वस्तुएँ।



नीचे दी गई कुछ आकृतियों को देखिए-



(i)



(ii)



(iii)



(iv)



(v)



(vi)



(vii) (viii)



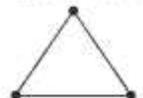
इनमें से हम कुछ आकृतियों को माचिस की तीलियों से बना सकते हैं तथा कुछ को नहीं। आकृति (vi) और (vii) को छोड़कर शेष सभी आकृतियाँ सरल रेखाखण्डों से मिलकर बनी हैं अर्थात् इन्हें माचिस की तीलियों की सहायता से बनाया जा सकता है लेकिन आकृति (vi) तथा (vii) सरल रेखाखण्डों से मिलकर नहीं बनी है अर्थात् इन्हें माचिस की तीलियों से नहीं बनाया जा सकता है ये सभी आकृतियाँ (i) से (viii) तक बढ़ आकृतियाँ हैं।

ऐसी बन्द आकृतियाँ जो केवल सरल रेखाखण्डों को मिलाने से बनती हैं, बहुभुज कहलाती हैं।

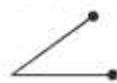
- माचिस की 4 तीलियों से बहुभुज बनाइए।



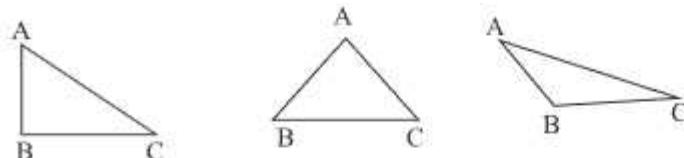
- माचिस की 3 तीलियों से बहुभुज बनाइए।



- माचिस की 2 तीलियों से बहुभुज बनाइए।

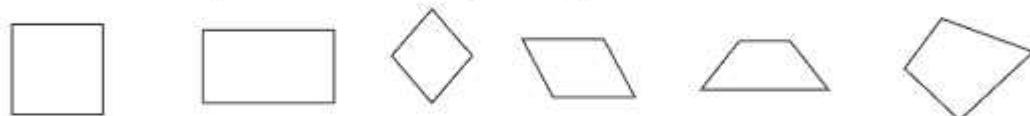


यहाँ हमने देखा कि आकृति खुली रह गई। अतः माचिस को 2 तीलियों से बहुभुज बनाना संभव नहीं है। हमने देखा कि बहुभुज बनाने के लिए कम से कम तीन तीलियों की आवश्यकता है या बहुभुज में कम से कम भुजाओं की संख्या तीन होगी। तीन भुजाओं वाले बहुभुज को त्रिभुज कहते हैं।

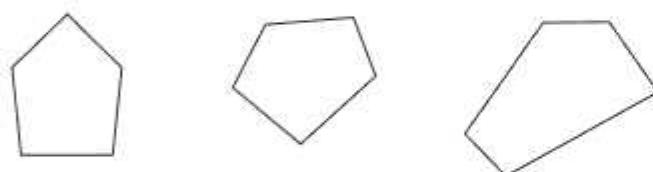


त्रिभुज में तीन भुजाएँ होती हैं तथा तीन ही कोण होते हैं। तीन भुजाएँ AB, BC तथा CA हैं और तीन कोण क्रमशः $\angle ABC$, $\angle BCA$ और $\angle CAB$ हैं। बिन्दु A, B तथा C इस त्रिभुज के शीर्ष कहलाते हैं।

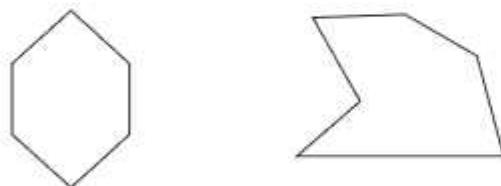
इसी प्रकार चार भुजाओं से घिरी बन्द आकृति चतुर्भुज कहलाती है।



पाँच भुजाओं से घिरी बन्द आकृति पंचभुज कहलाती है।

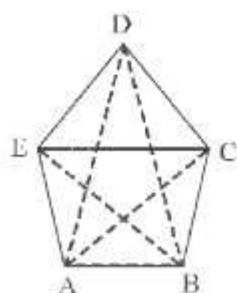


छः भुजाओं से घिरी बन्द आकृति षट्भुज कहलाती है।



यदि बहुभुज में सभी भुजाओं की लम्बाईयों की माप समान हो तो उसे समबहुभुज कहते हैं।

नीचे दी गई आकृति एक बहुभुज (समपंचभुज) ABCDE है।



भुजाएँ : बहुभुज को बनाने वाले सरल रेखाखण्ड उसकी भुजाएँ कहलाते हैं। जैसे AB, BC..... अन्य स्वयं बनाइए।

शीर्ष : वह बिन्दु जहाँ बहुभुज की दो भुजाएँ मिलती हैं उसका शीर्ष कहलाता है। जैसे A,B..... अन्य स्वयं बनाइए।

आसन भुजाएँ : कोई भी ऐसी दो भुजाएँ जिनमें एक उभयनिष्ठ अंत बिन्दु हो बहुभुज की आसन भुजाएँ कहलाती हैं। जैसे AB और BC, अन्य स्वयं बनाइए।

आसन शीर्ष : बहुभुज की एक ही भुजा के अन्त बिन्दु आसन शीर्ष कहलाते हैं जैसे A और B अन्य स्वयं बनाइए।

विकर्ण : बहुभुज में ऐसे शीर्ष जो आसन नहीं हैं, को मिलाने से बने रेखाखण्ड बहुभुज के विकर्ण कहलाते हैं जैसे AC, AD, अन्य स्वयं बनाइए।

क्या हम आसन शीर्ष को जोड़कर विकर्ण बना सकते हैं?

चतुर्भुज : चार भुजाओं से घिरी बन्द आकृति चतुर्भुज कहलाती है। इस चतुर्भुज में चार भुजाएँ AB, BC, CD तथा DA हैं। चार कोण $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ तथा $\angle D$ हैं।

चतुर्भुज ABCD में AB तथा BC दो आसन भुजाएँ हैं क्या हम इस चतुर्भुज की अन्य आसन भुजाओं के युग्मों के नाम लिख सकते हैं? लिखने का प्रयास कीजिए।

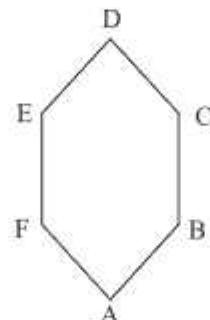
चतुर्भुज ABCD में AB तथा CD सम्मुख भुजाएँ हैं क्या हम सम्मुख भुजा का अन्य युग्म लिख सकते हैं? यदि हाँ तो लिखिए।

चतुर्भुज ABCD में $\angle A$ और $\angle C$ सम्मुख कोण हैं क्या हम इस चतुर्भुज में अन्य सम्मुख कोण का युग्म लिख सकते हैं? लिखने का प्रयास कीजिए।

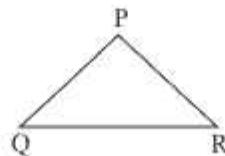
चतुर्भुज ABCD में $\angle A$ तथा $\angle B$ आसन कोण हैं क्या हम इस चतुर्भुज में अन्य आसन कोणों के युग्म लिख सकते हैं? लिखने का प्रयास कीजिए।

प्रयास कीजिए

- पद्धति ABCDEF में सभी संभव आसन भुजाओं तथा आसन कोणों के युग्म लिखो।



- त्रिभुज PQR में $\angle P$ की सम्मुख भुजा तथा भुजा PR का सम्मुख कोण बताओ। इस आकृति में कुल कितने शीर्ष हैं?



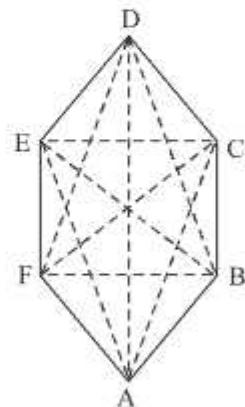
3. एक षट्भुज की आकृति बनाकर उसमें विकणों की संख्या बताइए। विकणों को आकृति में भी दर्शाइए।

मिलान कीजिए।

क्रम संख्या	समूह A	समूह B
1.	पंचभुज	एक बन्द आकृति जिसके छः शीर्ष हों।
2.	त्रिभुज	पाँच सरल रेखाखण्डों से बन्द आकृति।
3.	षट्भुज	एक बहुभुज जिसमें कोई विकर्ण नहीं होता।
4.	दो	षट्भुज में विकणों की कुल संख्या।
5.	नौ	चतुर्भुज में विकणों की कुल संख्या।

अभ्यास प्रश्न-11.1

- चतुर्भुज KLMN चित्र बनाकर निम्न प्रश्नों के उत्तर दो—
 - सम्मुख भुजाओं के दो युग्म
 - सम्मुख कोणों के दो युग्म
 - आसन्न भुजाओं के दो युग्म
 - आसन्न कोणों के दो युग्म
- आकृति
 - ABCDEF में कुल कितने रेखाखण्ड (भुजाएँ) हैं।
 - इस आकृति में विकर्ण सहित रेखाखण्डों की कुल संख्या बताइए।
- ऐसी दो आकृतियों के नाम लिखो जिनमें कोई विकर्ण नहीं होता।
- रिक्त स्थान भरिए।
 - पंचभुज में शीर्षों की कुल संख्या..... होती है।
 - षट्भुज में भुजाओं की कुल संख्या होती है।
 - समषट्भुज में विकणों की संख्या..... होती है।
 - त्रिभुज में विकणों की संख्या होती है।



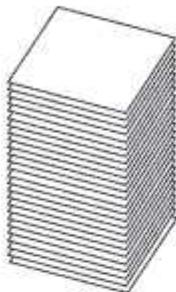
घन तथा घनाभ की पहचान

हमने देखा है कि कॉपी या किताब का एक पृष्ठ (पना) चतुर्भुज की आकृति का होता है। जिसकी सम्मुख भुजाएँ लम्बाई में समान होती हैं तथा प्रत्येक कोण 90° का होता है।

यह आकृति एक आयताकार आकृति है। इस आकृति में चार भुजाएँ AB, BC, CD तथा DA हैं। इस आकृति में हम कह सकते हैं कि आयत की लम्बाई AB या DC तथा चौड़ाई BC या AD है। इस आकृति की कोई ऊँचाई नहीं है।

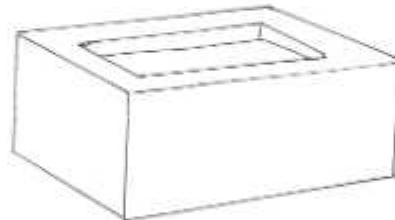
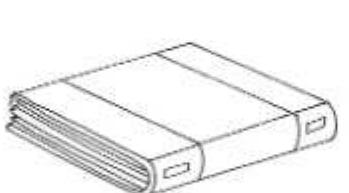


ऐसी आकृति जिनकी ऊँचाई नहीं होती तथा सामने से देखने पर वह पूरी आकृति दिखाई देती है त्रिविमीय आकृति कहलाती है जैसे आयत, वर्ग आदि।



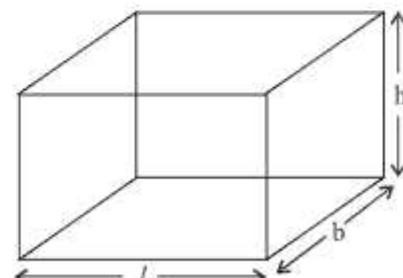
लेकिन जब हम इसी तरह के पन्नों को एक के ऊपर एक रखे चले जाते हैं तो हम देखते हैं कि यहाँ कापी के पन्नों की लम्बाई और चौड़ाई में तो कोई परिवर्तन नहीं हुआ लेकिन अब इसकी अपनी कुछ ऊँचाई भी है। हमने देखा कि कापी का पन्ना (आयत) की पहले दो विमाएँ थीं लम्बाई और चौड़ाई परन्तु अब प्राप्त नई आकृति की तीन विमाएँ हैं लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई। इस प्रकार प्राप्त आकृति को घनाभ कहते हैं।

ऐसी आकृति जिसकी तीन विमाएँ होती है (लम्बाई, चौड़ाई, ऊँचाई) तथा जिन आकृतियों को सामने से देखने पर पूरा-पूरा नहीं देखा जा सकता, त्रिविमीय आकृतियाँ कहलाती हैं जैसे- किताब, ईट, गेंद आदि।



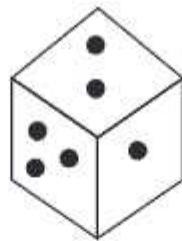
घनाभ की लम्बाई को l , चौड़ाई को b तथा ऊँचाई को h से प्रदर्शित किया जा सकता है।

आप ऐसी पाँच वस्तुओं के नाम लिखिए जिनकी आकृति घनाभ जैसी होती है।



क्या हमने कोई ऐसी भी आकृति देखी है जिसकी लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई तीनों समान लम्बाई (माप) की होती है?

ऐसी आकृति जिसकी लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई तीनों समान मान की होती हैं घन कहलाती है। जैसे लूडो-सॉफ्टवरी खेलने वाला पासा।



क्रियाकलाप : एक लूडो सॉफ्टवरी खेलने वाले पासे को लीजिए। उसको सामने रखकर जब हम उसे देखते हैं तो पासे में अंकित 1 से 6 तक सभी अंक एक साथ दिखाई नहीं देते, दिखाई देने वाले अंकों को अपनी कापी में नोट कर लीजिए। इसी प्रक्रिया को बार-बार पासे को उछालकर दोहराइए। हमें कभी भी सभी अंक एक साथ दिखाई नहीं देते क्योंकि पासा एक त्रिविमीय आकृति है।

समतल आकार की आकृतियाँ जिनमें लम्बाई और चौड़ाई जैसे दो मापन होते हैं द्विविमीय आकृति कहलाती हैं। ठोस आकार की आकृतियाँ जिनमें लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई या गहराई जैसे तीन मापन होते हैं, त्रिविमीय आकृति कहलाती है।

अभ्यास प्रश्न-11.2

- पाँच ऐसी वस्तुओं के नाम लिखो जो घनाभाकार हों।
- पाँच ऐसी वस्तुओं के नाम लिखो जो घनाकार हों।
- पाँच द्विविमीय आकृतियों के नाम लिखो।
- पाँच त्रिविमीय आकृति वाली वस्तुओं के नाम लिखो।
- घन तथा घनाभ में शीर्षों की कुल संख्या क्या होगी?

उत्तरमाला

अभ्यास प्रश्न-11.1

- 

(i) KL, NM; KN, LM (ii) $\angle K, \angle M; \angle L, \angle N$ (iii) KL, LM; LM, MN
 (iv) $\angle K, \angle L; \angle L, \angle M$
- (i) 6 (ii) 15
- त्रिभुज, वृत
- (i) 5 (ii) 6 (iii) 9 (iv) 0

अभ्यास प्रश्न-11.2

1. ईट, पुस्तक कापी, माचिस की डिब्बी, संदूक
2. लूडो खेलने वाला पासा, चॉक का डिब्बा, शूगर क्यूब
3. त्रिभुज, कापी का पृष्ठ, आयत, चतुर्भुज, फर्श
4. ईट, पुस्तक, कॉपी, फुटबाल, बर्थडे की टोपी
5. घन तथा घनाभ में शीर्षों की कुल संख्या = 8

12

अध्याय

कोण

इस पाठ से हम सीखेंगे

- कोण का अर्थ जानना।
- कोण को नामांकित करना।
- कोण के प्रकारों को जानना जैसे समकोण,
समकोण से छोटा कोण तथा समकोण से बड़ा कोण



आवश्यक सामग्री

ड्राइंग शीट, माचिस की तीलियां, फेविकोल तथा इसी प्रकार की अन्य वस्तुएँ।

आइए चर्चा करें

आओ नीचे दिए गए चित्रों में हम सभी रोजाना प्रयोग में आने वाली घरेलू वस्तुओं की मदद से कोण को समझने का प्रयास करते हैं।



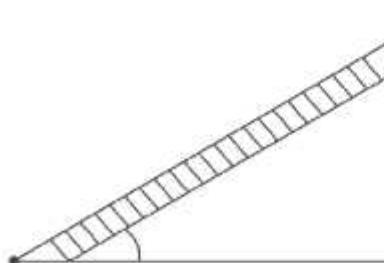
चिमटा

(i)



नीबू निचांड़ने की मशीन

(ii)



दीवार के सहारे खड़ी सीढ़ी

(iii)



घड़ी

(iv)

कोण का अर्थ

ऊपर की चित्र संख्या (i) व (ii) में वस्तु का एक तल दूसरे तल पर झुका हुआ है। इन दोनों तलों के बीच जो झुकाव है, वह कोण है।

चित्र सं. (iii) में एक सीढ़ी दीवार के साथ टिकी हुई है। सीढ़ी का जमीन के साथ जो झुकाव है, कोण है। इसी प्रकार चित्र सं. (iv) में घड़ी की दोनों मुँहियों के बीच फैलाव है वह कोण है।

दैनिक जीवन में कोण की संकल्पना बहुत महत्वपूर्ण है उदाहरण के लिए किसी वृक्ष की छाया की लम्बाई उस कोण पर निर्भर करती है जो वह सूर्य की किरण के साथ उस बिन्दु पर बनाती है जहाँ वह किरण जमीन पर मिलती है।

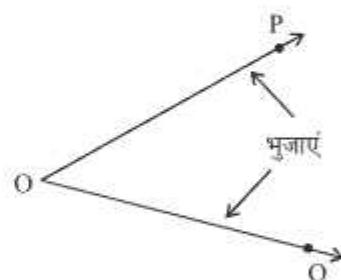


अर्थात् कोण, ऐसी दो किरणों या सरल रेखाखंडों द्वारा बनी आकृति है जो एक बिन्दु पर मिलती है। इस बिन्दु को कोण का शीर्ष कहते हैं।

सामने की आकृति में O कोण का शीर्ष है।

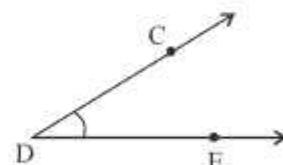
OP तथा OQ कोण की भुजायें हैं

कोण का संकेत \angle है।



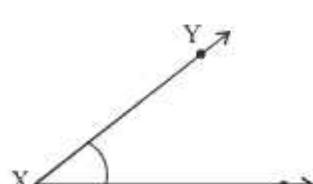
कोण को नामांकित करना

सामने की आकृति में किरण DC और किरण DE एक कोण बनाती हैं जिसे $\angle CDE$ या $\angle EDC$ से व्यक्त किया जाता है। नाम लिखते समय शीर्ष बिन्दु D मध्य में लिखा जाता है।



आइए प्रयास करें

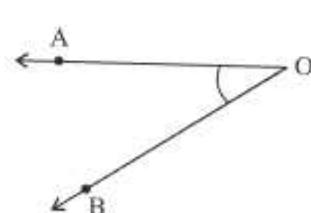
नीचे दिए गए कोणों के नाम लिखिए।



(i)



(ii)



(iii)

अभ्यास प्रश्न-12.1

प्रयास कीजिए

1. निम्न आकृतियाँ जिनमें कोण बने हैं उन पर (✓) का निशान लगाइये :



(a)



(b)



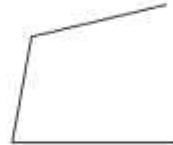
(c)



(d)

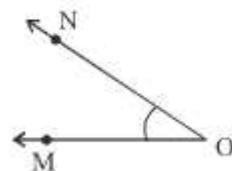


(e)

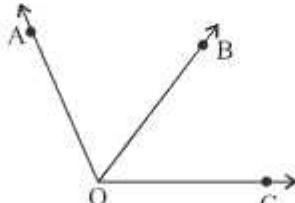


(f)

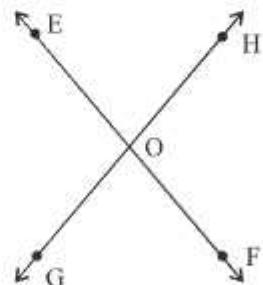
2. निम्न आकृतियों में शीर्ष O पर कितने कोण बने हैं, उनके नाम लिखिये :



(a)



(b)



(c)

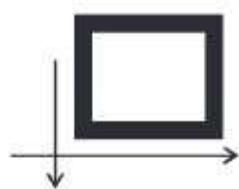
कोणों के प्रकार

अब हम विभिन्न प्रकार के कोणों की चर्चा करेंगे :

1. समकोण : एक कोण जो आयताकार दरवाजे के कोने या किताब के कोने की तरह होता है यह समकोण कहलाता

है। इसका माप 90° होता है।

नीचे कुछ वस्तुओं में बच्चों आप समकोण देख सकते हो :



फोटो फ्रेम
(a)



ब्लैक बोर्ड
(b)



अंग्रेजी का L अक्षर
(c)

आइए प्रयास करें

- निम्न अंग्रेजी के अक्षरों में जिसमें समकोण बनता है उन्हें छाँटिए :

A E F G H J L N T

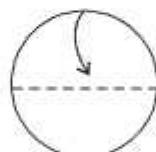
- नीचे माचिस की तीलियों द्वारा आकृतियाँ बनी हैं। जिनमें समकोण बनता है। उन पर सही (✓) का निशान लगाइये :



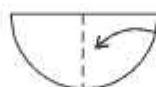
- कोई दो घड़ियाँ बनाकर सुईयों की मदद से समकोण को दर्शाइए।

क्रियाकलाप

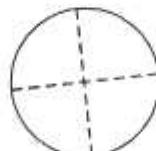
- एक कागज की शीट लीजिये और उसमें से एक वृत्त काटिये।



- चित्रानुसार इसे बीच से मोड़कर दबाइये।



- इसे एक बार फिर से बीच से मोड़कर दबाइये। और खोलिये।



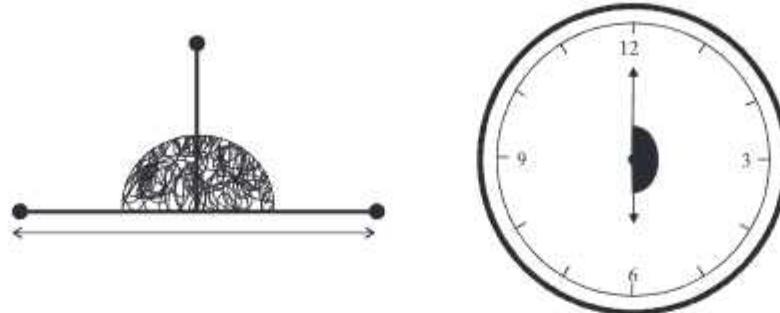
- चांद की सहायता से इसके मध्य बनने वाले कोण की जांच कीजिये तथा नीचे दिये गये रिक्त स्थानों को पूरा करिये।

वृत्त के चतुर्थांश का प्रत्येक कोण = _____

वृत्त के भागों की सं. = _____

2. सरल कोण

दो समकोण से मिलकर सरल कोण बनता है। एक ऋजु कोण सरल रेखा की तरह होता है। इसका माप 180° होता है।



3. समकोण से छोटा कोण

वह कोण जिसकी माप 90° से कम है, समकोण से छोटा कोण कहलाता है।



4. समकोण से बड़ा कोण

वह कोण जिसकी माप 90° से अधिक होती है, समकोण से बड़ा कोण कहलाता है।



आइए प्रयास करें

1. एक घड़ी लौजिये और इसके घंटे वाली सुई और मिनट वाली सुई को इस स्थिति में रखिये कि घड़ी 3 बजे का समय दिखाये। अब घड़ी की सुइयों के बीच बनने वाले कोण को देखिये। क्या यह समकोण है?
2. नीचे के चित्रों में घड़ी की सुइयों के बीच बनने वाले कोणों के नाम लिखिये।



5 O'clock



3 O'clock



2 O'clock

(a)

(b)

(c)

योगासन द्वारा शरीर के विभिन्न भागों से बनने वाले कोण

जब हम योगासन की स्थिति में होते हैं तो हमारे शरीर के विभिन्न भागों के बीच अलग-अलग प्रकार के कोण बनते हैं।

उदाहरण : नीचे की आकृति में रमेश योग की एक स्थिति में है। उसकी टांगों के बीच बनने वाले कोण को रेखांकित किया गया है।



आइए प्रयास करें

1. नीचे की आकृतियों में योगासनों की विभिन्न स्थितियाँ (मुद्रायें) दी गई हैं। इनमें दर्शाये गये कोणों के नाम लिखिये।



(a)



(b)



(c)

क्रियाकलाप

माचिस की दो तीलियों को जोड़ने पर बने कोणों को पहचानना।

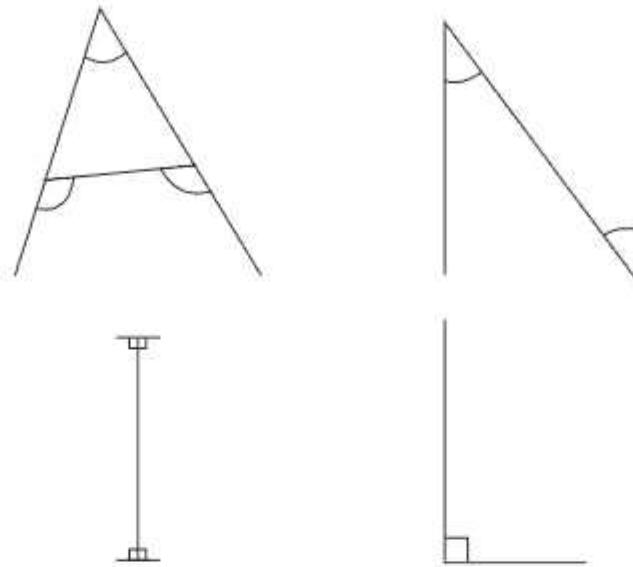
विधि

1. माचिस की दो तीलियाँ लेकर उन्हें इस प्रकार रखिये कि उनके बीच कोई कोण बने। इस प्रकार बनने वाले कोणों को पहचानिये कि यह कोण समकोण है, समकोण से छोटा है या समकोण से बड़ा है।



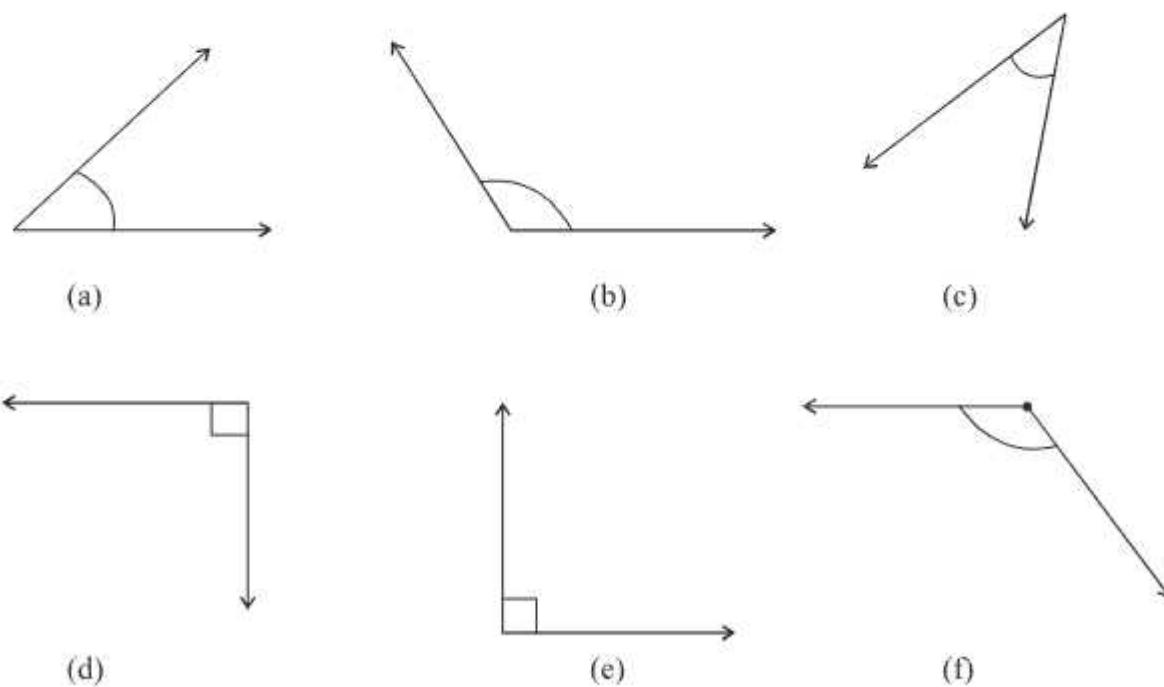
2. अब माचिस की तीलियाँ लेकर उनको शीट पर इस प्रकार चिपकाइये कि उनके बीच बनने वाले कोण
 - (i) समकोण हो,
 - (ii) समकोण से छोटा हो,
 - (iii) समकोण से बड़ा हो,
 - (iv) सरल कोण (ऋजु कोण) हो।

2. एक ड्राइंग शीट लोजिये, उस पर सरल रेखाओं का प्रयोग करते हुये ANIL शब्द में आने वाले अंग्रेजी के अक्षरों को लिखिये और अब इन अक्षरों के बीच बनने वाले कोणों के नाम लिखो।



अभ्यास प्रश्न-12.2

1. नीचे की आकृतियों में समकोण को हरे रंग से, समकोण से छोटे कोण को लाल रंग से, तथा समकोण से बड़े कोण को नीले रंग से रंगिये :



2. नीचे दी गई आकृतियों में विभिन्न प्रकार के कोणों की संख्याएँ लिखिये :

आकृति		कोणों की संख्या	
	समकोण	समकोण से छोटा	समकोण से बड़ा
1.	—	—	—
2.	—	—	—
3.	—	—	—
4.	—	—	—

3. किन्हीं तीन बिन्दुओं को मिलाकर निम्न कोण बनाइये :

(i) एक समकोण



(ii) समकोण से छोटा कोण



(iii) समकोण से बड़ा कोण



उत्तरमाला

अभ्यास प्रश्न-12.1

1. (a), (b) तथा (f)

2. (a) $\angle MON$ (b) $\angle AOB, \angle BOC$ तथा $\angle AOC$ (c) $\angle EOH, \angle HOF, \angle FOG, \angle GOE, \angle GOH$ तथा $\angle EOF$

अभ्यास प्रश्न-12.2

1. (a) लाल (b) नीला (c) लाल (d) हरा (e) हरा (f) नीला

आकृति	समकोण	समकोण से छोटा	समकोण से बड़ा
1.	1	2	—
2.	4	—	—
3.	—	2	2
4.	—	—	1

विद्यार्थी प्रगति पत्रक

शिक्षक/शिक्षिका विगत पाठ्य-सामग्री के आधार पर विद्यार्थी की प्रगति को निम्नलिखित तालिका में अंकित करें।

क्र.सं.	अधिगम संप्राप्ति	3.	2.	1.
		सक्षम है	सहायता से करता/करती है	सुधार की आवश्यकता है
1.	----- ----- -----			
2.	----- ----- -----			
3.	----- ----- -----			
4.	----- ----- -----			
5.	----- ----- -----			
6.	----- ----- -----			
7.	----- ----- -----			
8.	----- ----- -----			
9.	----- ----- -----			
10.	----- ----- -----			

13

अध्याय

प्रायोगिक ज्यामिति

इस पाठ से हम सीखेंगे

- ज्यामिति बाक्स के विभिन्न घंटों जैसे रूलर, परकार, डिवाइडर, चांदा और सेट स्क्वायर की जानकारी तथा उपयोग।
- ज्यामिति अवयव जैसे बिन्दु, रेखा, रेखाखण्ड और किरण के विषय में जानकारी।
- रेखाओं के प्रकार की जानकारी।
- कोण तथा कोणों के प्रकार की जानकारी।
- चांदे की सहायता से विभिन्न कोणों का मापना और बनाना।



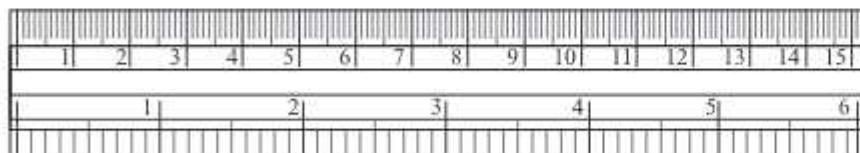
आवश्यक सामग्री

कागज, पेन, पेन्सिल, ज्यामिति बॉक्स तथा इसी प्रकार की अन्य वस्तुएँ

आइए चर्चा करें

आपने ज्यामीतिय बाक्स में विभिन्न घंटों को देखा होगा। इनके द्वारा आप विभिन्न आकार तथा चित्र बना सकते हो। इन घंटों के नाम और उनके प्रयोग के बारे में जानकारी निम्न प्रकार है :

1. रूलर अथवा पैमाना (Ruler)



यह धातु या प्लास्टिक का होता है इसे दो सीधे किनारे होते हैं इसके एक किनारे पर सेमी (cm) के चिह्न तथा दूसरे किनारे पर इंच के निशान होते हैं एक सेमी (cm) भी 10 भाग में बंटा होता है। प्रत्येक छोटे भाग को मिलीमीटर (mm) कहते हैं।

प्रयोग : इसका प्रयोग सीधी रेखा बनाने तथा मापने के लिए होता है।

2. परकार (Compass)

यह चित्र में दिखाये गये आकार का होता है। इसके दो सिरे होते हैं इसका एक सिरा नुकीला और दूसरे सिरे पर पेसिल लगाने का स्थान होता है। यह धातु का बना होता है।



प्रयोग : इसका प्रयोग वृत और चाप खींचने के लिए तथा बराबर लम्बाइयाँ अंकित करने के लिए होता है।

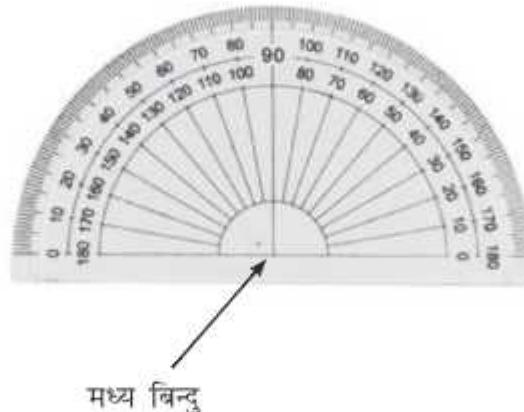
3. डिवाइडर (Divider)

यह धातु का बना होता है। इसके दो नुकीले सिरे होते हैं।



प्रयोग : इसका प्रयोग विभिन्न सरल रेखाखंडों की लम्बाइयाँ की तुलना करने के लिए होता है।

4. कोण मापक (चांदा)

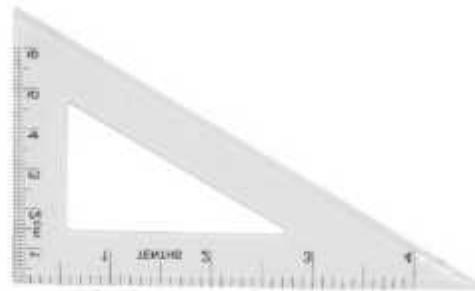
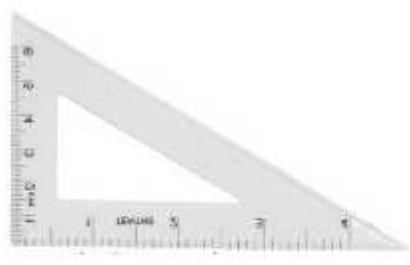


इसका आकार अर्द्धवृत्ताकार होता है यह प्रायः प्लास्टिक या धातु का बना होता है। इसके वृत्ताकार किनारे पर 180° (degree) भाग चिन्हित होते हैं। यह मापन दाई ओर 0° से प्रारम्भ होकर बाई ओर 180° पर समाप्त होता है। और इसी तरह बाई ओर से 0° से प्रारम्भ होकर दाई ओर 180° पर समाप्त होता है।

प्रयोग : इसका प्रयोग विभिन्न कोणों के मापने तथा बनाने के लिए किया जाता है।

विभिन्न आकृतियों को बनाने में कुछ सावधानियाँ बरतनी चाहिये। जो निम्न प्रकार हैं।

- आपके यंत्रों के सिरे नुकीले और किनारे पतले होने चाहिए।
- रेखाखण्डों को बारीक खींचियें और शार्प बिन्दु अंकित कीजिए।
- अपने ज्यामीति बाक्स में हमेशा दो नुकीली पेसिल रखिए। एक परकार के लिए और दूसरी रेखा या वक्र और बिन्दुओं को अंकित करने के लिए।
- सेट स्क्वायर (Set Squares)**



ये दो त्रिभुजाकार यंत्र हैं इनमें से एक के शीर्ष कोण 45° , 90° , 45° होते हैं और दूसरे के शीर्ष कोण 30° , 90° , 60° होते हैं। ये प्लास्टिक या धातु के बने होते हैं।

प्रयोग : इन यंत्रों का प्रयोग लम्ब रेखाओं और समांतर रेखाओं के खींचने में किया जाता है, और त्रिभुजों एवं चतुर्भुजों को बनाने में किया जाता है।

आइए प्रयास करें

सही मिलान कीजिए

(A)	(B)
1. रेखाखण्डों की तुलना करना	 रूलर
2. सीधी रेखा खींचना	 परकार
3. चाप बनाना	 डिवाइडर
4. समांतर रेखाओं को खींचने में	
5. कोणों को बनाना तथा मापना	 सेट स्क्वायर

बिन्दु

ड्राइंग शीट पर नुकीली पेंसिल द्वारा लगाया गया एक चिह्न (dot) या ब्लैक बोर्ड पर आपके मित्र द्वारा चाक से लगाया गया निशान या सुई द्वारा कागज पर किया गया बारीक छेद, बिन्दु की अवधारणा का आभास करते हैं।

बिन्दु की एक स्थिति (Location) होती है तथा इसके स्थान को निश्चित किया जा सकता है।

बिन्दु के उदाहरण

- पेंसिल का नुकीला सिरा
- सुई की नोंक
- आसमान में दिखने वाला एक तारा

बिन्दु को डॉट (.) से दिखाया जाता है तथा इसको अंग्रेजी के किसी भी बड़े

अक्षर जैसे A, P, M इत्यादि से नामांकित किया जाता है।

• P

A*

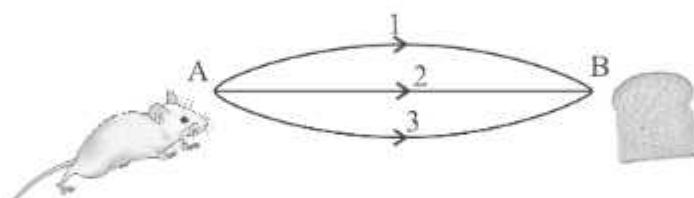
• M

आइए प्रयास करें

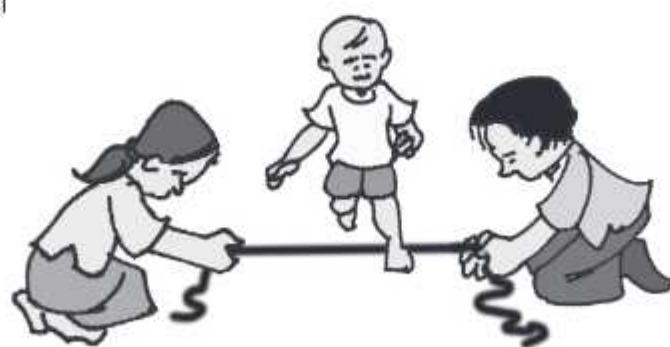
- (1) अपनी अध्यास पुस्तिका में कोई तीन बिन्दु अंकित कीजिये और उनके नाम P, Q, R लिखिये।
- (2) आइसक्रीम का शंकु (cone) का नुकीला सिरा हमें एक बिन्दु की अवधारणा का आभास कराता है आप आस-पास से इस प्रकार के चार अन्य उदाहरण दीजिये।

रेखाखंड

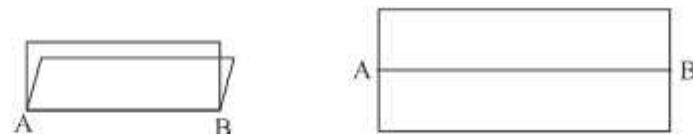
1. सामने के चित्र में स्थान A पर एक चूहा स्थान B पर रखी ब्रेड को देखता है। उसे स्थान B पर पहुँचने के लिए तीन रास्ते हैं। रास्ता संख्या 2 सबसे छोटा रास्ता है। सबसे कम लम्बाई वाला रास्ता सरल रेखाखंड कहलाता है।



2. एक पतला धागा या डोरी लीजिये, इसके दोनों सिरों को पकड़िये, अब इस प्रकार खींचिये कि डोरी में कोई ढील न हो और वह सीधी रहें।



3. एक कागज लीजिये उसको बीच से मोड़कर दबाइये। इसको खोलने पर आप देखेंगे एक सीधे मोड़ का निशान बन गया है।



कागज पर मोड़ का निशान, खिंची हुई डोरी, आदि रेखाखंड के उदाहरण हैं रेखाखंड के दो अंतिम बिन्दु P, Q तथा A, B हैं। रेखाखंड के कुछ अन्य उदाहरण नीचे दिये गये हैं।

1. किताब का किनारा, 2. मेज का किनारा आदि



दो बिन्दुओं को जोड़ने वाला कम-से-कम लम्बाई वाला रास्ता रेखाखंड कहलाता है।

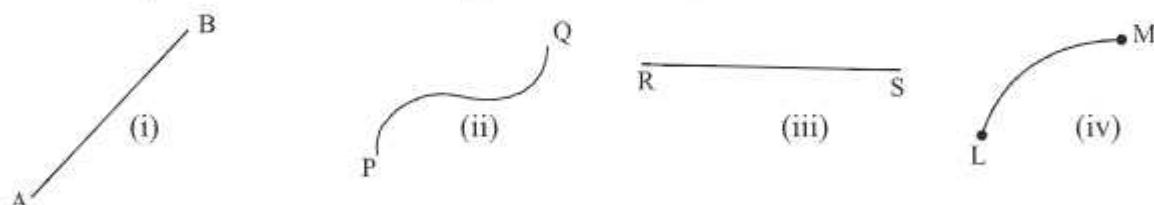
रेखाखंड के दो अंतिम सिरे होते हैं तथा इसकी लम्बाई मापी जा सकती है।

इसे \overrightarrow{AB} या \overrightarrow{BA} द्वारा व्यक्त किया जा सकता है।

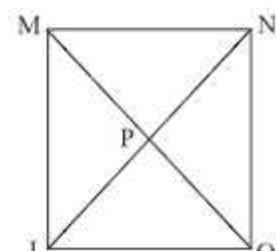


आइए प्रयास करें

1. निम्न आकृतियों में रेखाखंडों पर सही (✓) का निशान लगाइये :



2. सामने की आकृति में से चार रेखाखंडों के नाम लिखिये जिनका एक अंत बिन्दु M हो



रेखा

नीचे PQ रेखाखंड को P से आगे एक दिशा में तथा Q से आगे दूसरी दिशा में बिना किसी अंत के बढ़ाया गया है।



उपरोक्त आकृति रेखा का एक उदाहरण है। इसे \overrightarrow{PQ} या \overrightarrow{QP} या अंग्रेजी के किसी भी छोटे अक्षर l, m, n आदि से व्यक्त कर सकते हैं।

अतः रेखा वह है जो दोनों दिशाओं में सीधी जाती है।

महत्वपूर्ण तथ्य

1. रेखा की कोई निश्चित लम्बाई नहीं होती है।
2. रेखा का कोई अंत बिन्दु नहीं होता है।

किरण

किसी कमरे में बल्ब के प्रकाश की किरणें, सूर्य से निकलने वाली प्रकाश की किरणें, अंधेरे में टार्च के द्वारा फैली प्रकाश की किरणें आदि किरण के उदाहरण हैं।



(i)



(ii)



(iii)



(iv)

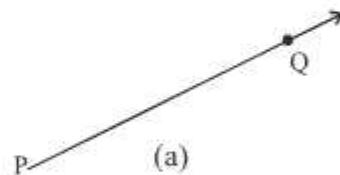
सूर्य से निकलने वाली प्रकाश की किरणें सूर्य में स्थित एक बिन्दु से आरम्भ होती हैं और एक ही दिशा में बिना किसी अंत के बढ़ती हैं।

अतः किरण रेखा का एक भाग होता है। यह एक बिन्दु से प्रारम्भ होकर एक दिशा में बिना किसी अंत तक बढ़ी होती है।

सामने की आकृति एक किरण को दर्शाती है। इस पर दो बिन्दु P और Q हैं।

P प्रारम्भिक बिन्दु है तथा Q किरण पर एक अन्य बिन्दु है।

हम इस किरण को \overrightarrow{PQ} से व्यक्त करते हैं।



(a)

महत्वपूर्ण तथ्य

किरण की विशेषताएँ :

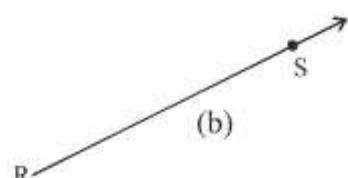
1. किरण रेखा का एक भाग होती है।
2. किरण का एक प्रारम्भिक बिन्दु होता है।
3. किरण का कोई अंत बिन्दु नहीं होता है।
4. किरण की लम्बाई को मापा नहीं जा सकता है।

आइए प्रयास करें

सामने एक किरण की आकृति दी हुई है।

बताइये कि

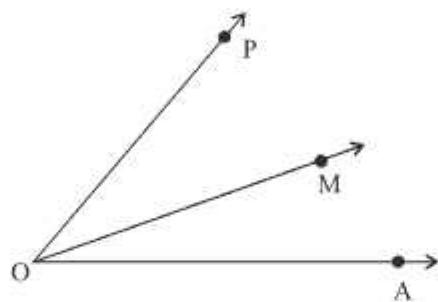
- (i) क्या S, एक किरण का अंत बिन्दु है।
- (ii) इस किरण का प्रारम्भिक बिन्दु क्या है।
- (iii) क्या तुम इस किरण की लम्बाई माप सकते हो।



(b)

अभ्यास प्रश्न-13.1

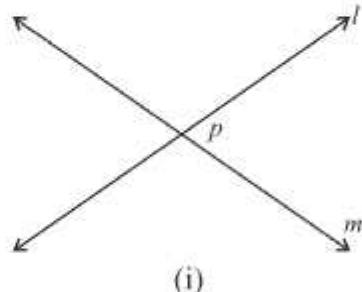
1. सही उत्तर पर (✓) सही का निशान लगाइये :
 - (a) किसी एक बिन्दु से कितनी रेखाएँ खींची जा सकती है :
 - (i) दो
 - (ii) एक
 - (iii) अनेक
 - (b) दो बिन्दुओं से होकर कितनी रेखाएँ खींची जा सकती है :
 - (i) एक
 - (ii) दो
 - (iii) अनेक
 - (c) दो बिन्दुओं से होकर कितने रेखाखंड खींचे जा सकते हैं :
 - (i) दो
 - (ii) एक
 - (iii) अनेक
2. निम्न आकृति में दर्शाई गई किरणों के नाम लिखिए :



रेखाओं के प्रकार

प्रतिच्छेदी रेखाएँ

सामने की आकृति में दो रेखाएँ / तथा m दिखाई गई हैं। ये एक दूसरे को बिन्दु p पर काटती (प्रतिच्छेद करती) हैं।

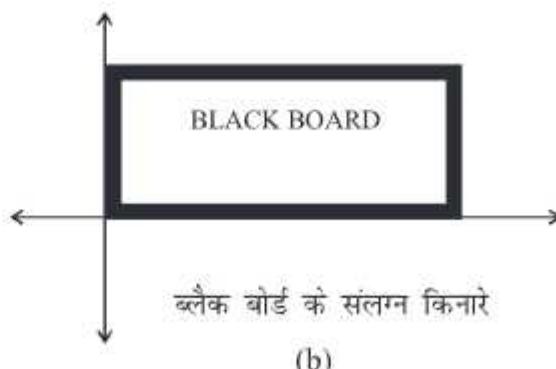


अतः यदि दो रेखाएँ एक दूसरे को किसी बिन्दु पर प्रतिच्छेद (Intersect) करती हों, प्रतिच्छेदी रेखाएँ (Intersecting lines) कहलाती हैं। तथा वे जिस बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं वह बिन्दु उन दोनों रेखाओं का उभयनिष्ठ बिन्दु होता है।

प्रतिच्छेदी रेखाओं के उदाहरण :



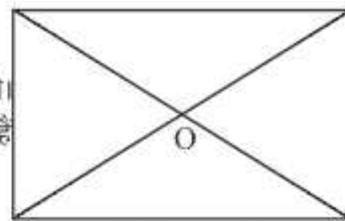
दो सढ़कें एक-दूसरे को काटती हैं
(a)



ब्लैक बोर्ड के संलग्न किनारे
(b)

क्रियाकलाप

एक कागज लीजिये उसे उसे बीच से दो बार दबाकर मोड़िये। फिर उसे खोलकर देखिये। आप देखेंगे कि कागज के तल पर दो रेखाएँ एक दूसरे को एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं। उस बिन्दु का नाम O दीजिये।



कागज को दो बार मोड़ना

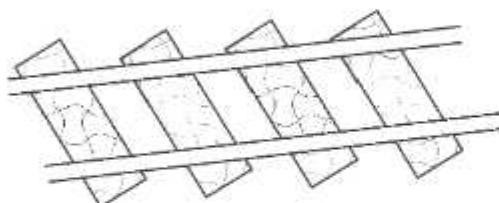
आइए प्रयास करें

- क्या दो रेखाएँ एक दूसरे को एक से अधिक बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद कर सकती हैं?
- क्या एक बिन्दु से होकर दो से अधिक रेखाएँ गुजर सकती हैं?

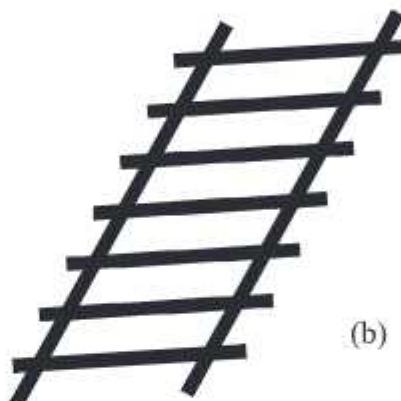
समांतर रेखाएँ

एक ही तल में स्थित दो रेखाएँ जो एक दूसरे को नहीं काटती हैं। (चाहें उन्हें आगे या पीछे की ओर कितना भी बढ़ाया जाये), समांतर रेखाएँ कहलाती हैं।

समांतर रेखाओं के उदाहरण



(a)



(b)

ब्लैक बोर्ड की आमने सामने की भुजाएँ



आइए प्रयास करें

आप समांतर रेखाओं को कहाँ देखते हैं? इनके पांच उदाहरण ज्ञात करने का प्रयत्न कीजिये।

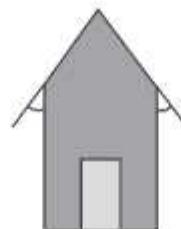
यदि दो रेखाएँ PQ और RS समांतर हो तो हम इन्हें सांकेतिक रूप में $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$ से व्यक्त करते हैं। (\parallel समांतर का निशान है)



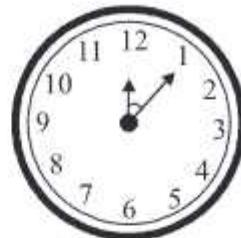
कोण



(i)



(ii)



(iii)

उपरोक्त आकृतियों में परकार की दोनों भुजाएँ एवं घड़ी की दोनों सुइयाँ एक ही बिन्दु पर जुड़ी हुई हैं।

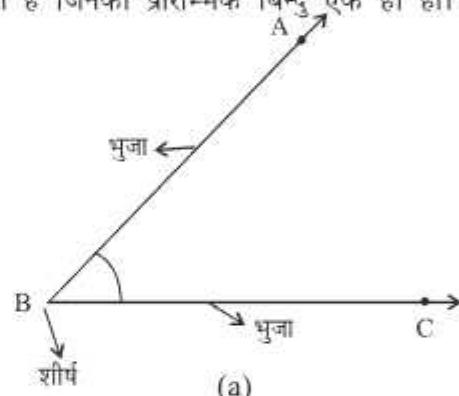
यह दोनों कोण का रूप है।

अतः कोण ऐसी दो किरणों या सरल रेखाखंडों द्वारा बनी आकृति है जिनका प्रारम्भिक बिन्दु एक ही हो। कोण का चिह्न \angle है।

संलग्न चित्र में $\overline{BA}, \overline{BC}$ एक ही बिन्दु B से प्रारम्भ होती हैं।

बिन्दु B, कोण का शीर्ष तथा $\overline{BA}, \overline{BC}$ कोण की भुजा कहलाती हैं।

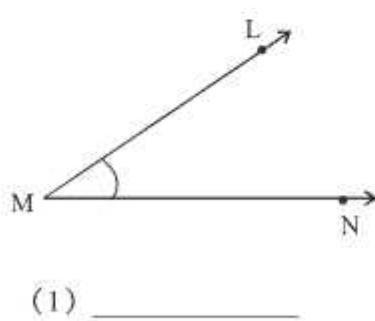
इसे $\angle ABC$ या $\angle CBA$ के द्वारा व्यक्त करते हैं।



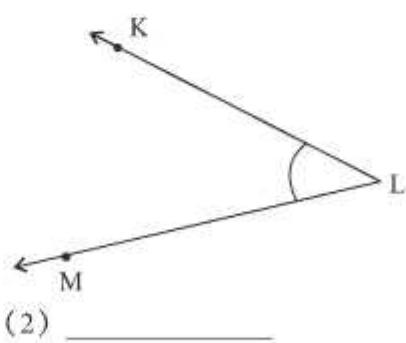
यदि कोण के नाम को तीन अक्षरों से लिखना होता तो शीर्ष बिन्दु का नाम बीच में रखा जाता है।

आइए प्रयास करें

- निम्न आकृतियों में प्रत्येक कोण के नाम लिखिये।



(1) _____



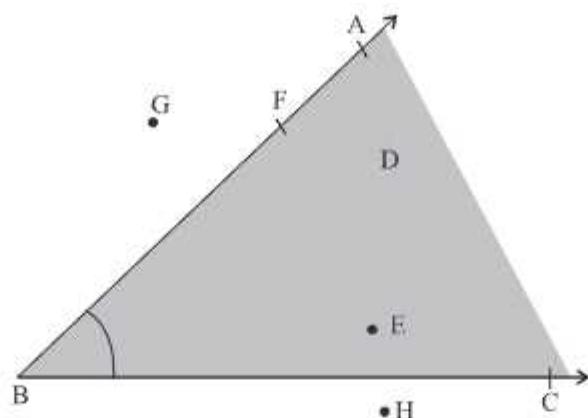
(2) _____

कोण का अन्तः भाग एवं बाह्य भाग

प्रत्येक कोण किसी भी तल को तीन भागों में बांटता है :

- कोण का अन्तः भाग अर्थात् कोण का अंदर का भाग
- कोण का बाह्य भाग अर्थात् कोण का बाहरी भाग

3. स्वयं कोण

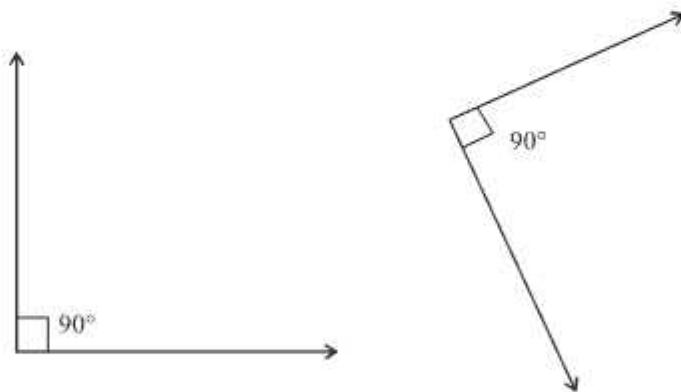


उपरोक्त चित्र में

- (a) छायाकित भाग को कोण का अन्तः भाग कहते हैं।
- (b) बिन्दु D तथा बिन्दु E, $\angle ABC$ के अन्तः भाग में स्थित हैं।
- (c) बिन्दु G तथा बिन्दु H, $\angle ABC$ के बाह्य भाग में स्थित हैं।
- (d) बिन्दु A, B, C, F, कोण $\angle ABC$ पर स्थित हैं।

कोण के प्रकार

- (a) समकोण (Right Angle) : वह कोण जिसका माप 90° होता है उसको समकोण कहते हैं।



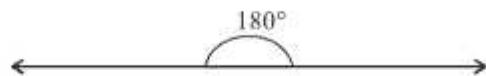
- (b) न्यून कोण (Acute Angle) : वह कोण जिसका माप 0° से अधिक तथा 90° से कम होता है, न्यूनकोण कहलाता है।



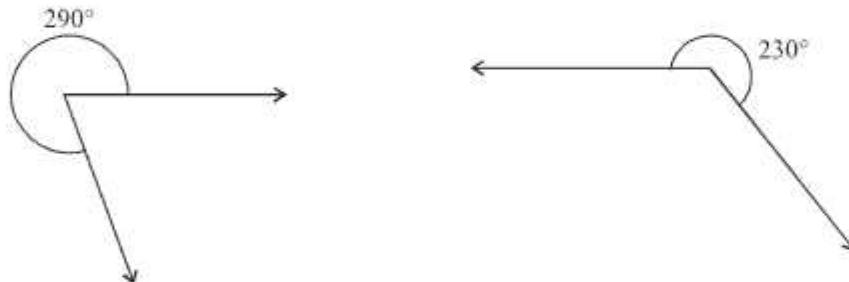
(c) अधिक कोण (Obtuse Angle): वह कोण जिसका माप 90° से अधिक तथा 180° से कम होता है अधिक कोण कहलाता है।



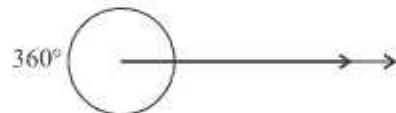
(d) ऋजु कोण या सरल कोण (Straight Angle): वह कोण जिसका माप 180° होता है, सरल कोण कहलाता है।



(e) बृहत कोण या प्रतिवर्ती कोण (Reflex Angle): वह कोण जिसका माप 180° से अधिक तथा 360° से कम होता है। बृहत कोण (Reflex Angle) कहलाता है।

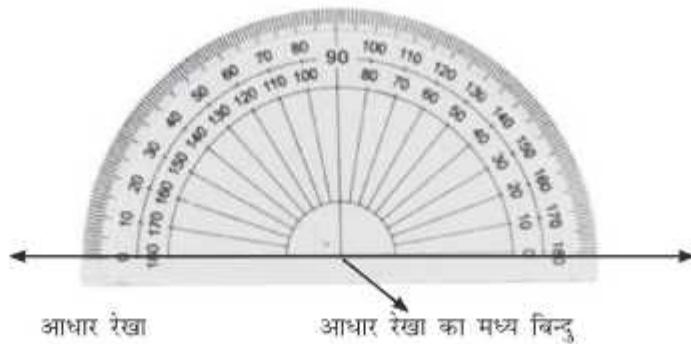


(f) सम्पूर्ण कोण (Complete Angle): वह कोण जिसका माप 360° होता है, सम्पूर्ण कोण कहलाता है।



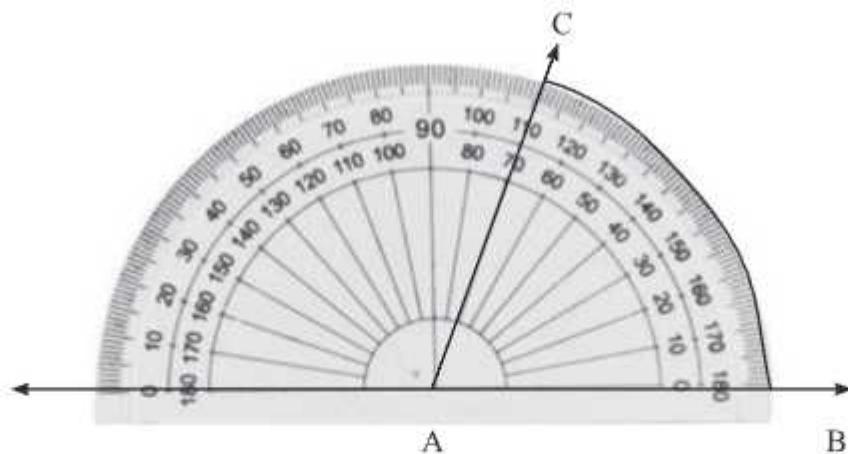
कोण का मापन

कोण की रचना करने तथा मापने के लिए कोण मापक (चादा) का प्रयोग किया जाता है। इसकी सहायता से 0° से 180° तक कोणों को बनाया तथा मापा जा सकता है।



उदाहरण : $\angle BAC$ को मापना।

- चांदे को $\angle BAC$ पर इस प्रकार रखिए कि इसके आधार का मध्य बिन्दु कोण के शीर्ष A पर स्थित हो तथा चांदे की आधार रेखा AB के ठीक ऊपर हो।

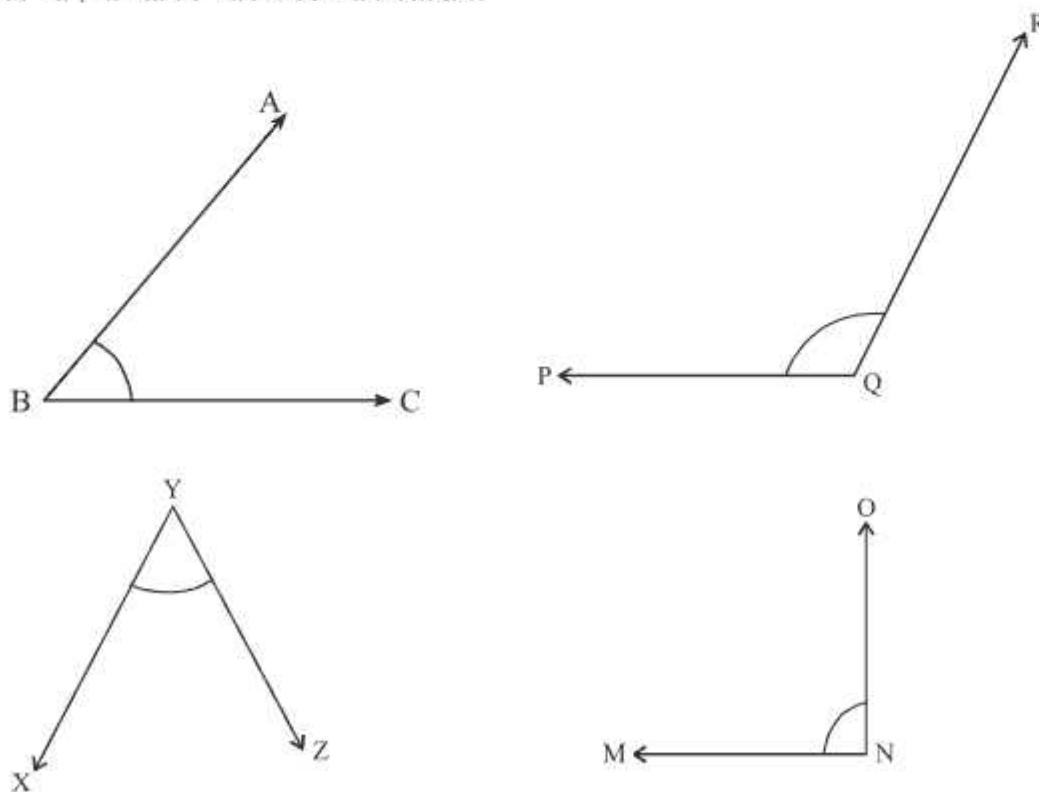


- चांदे पर दो स्केल हैं वह स्केल पढ़िये जिससे किरण AB चिह्न 0° से मिल रही हो।
- बक्रीय किनारे पर किरण AC द्वारा दर्शाने वाला निशान कोण का अंशीय माप ज्ञात करता है।
- $\angle BAC$ का मापांक 70° है।

अतः $\angle BAC = 70^\circ$

आड़ए प्रयास करें

निम्न कोणों को चांदे से मापिये और उनके माप लिखिये।

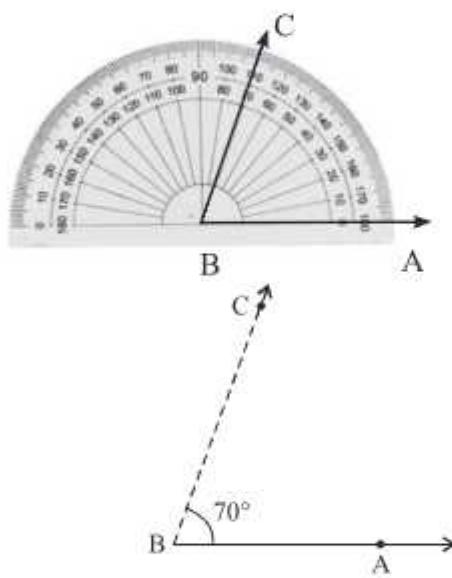


कोण मापक के द्वारा विभिन्न मापों के कोण बनाना

70° के कोण को बनाने के लिए निम्न चरण दिये गये हैं।

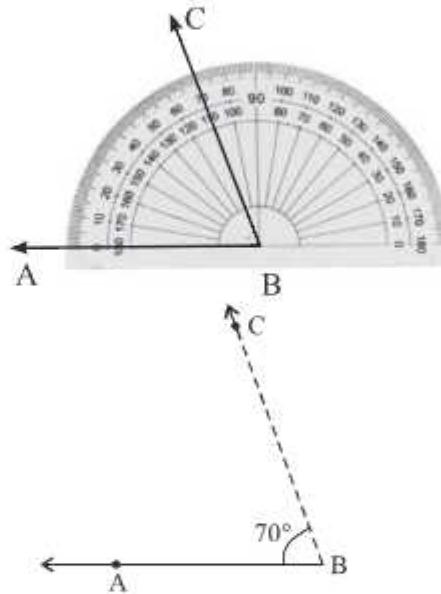
चांदे के अंदर वाले स्केल का प्रयोग करके कोण बनाना।

1. एक रेखाखंड AB खींचिये।
2. चांदे को इस प्रकार रखिये कि इसके सीधे किनारे का मध्य बिन्दु, A पर तथा चांदे की आधार रेखा AB पर रहे।
3. बिन्दु B के पास वाली शून्य से पढ़ते हुए 70° तक जाइये तथा यहाँ पर एक बिन्दु C लगाइये।
4. अब चांदे को हटाकर AC को पैमाने की सहायता से मिलाइये।
5. $\angle CBA = 70^\circ$ या $\angle B = 70^\circ$ होगा।



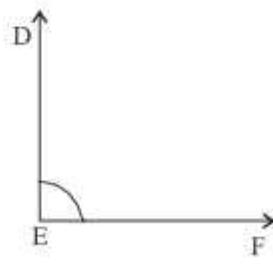
चांदे के बाहर वाले स्केल का प्रयोग करके कोण बनाना।

1. एक रेखाखंड AB खींचिये।
2. अब चांदे को इस प्रकार रखिये कि इसके सीधे किनारे का मध्य बिन्दु, B पर तथा चांदे की आधार रेखा BA पर रहे।
3. बिन्दु A के पास वाली शून्य से पढ़ते हुए 70° तक जाइये तथा यहाँ पर एक बिन्दु C लगाइये।
4. अब चांदे को हटाकर BC को पैमाने की सहायता से मिलाइये।
5. $\angle CBA = 70^\circ$ या $\angle B = 70^\circ$ होगा।

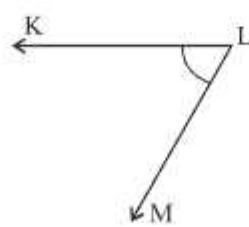


आइए प्रयास करें

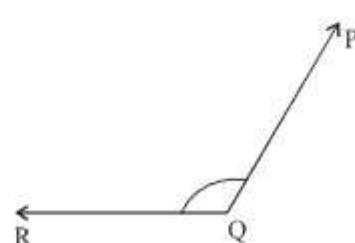
निम्न कोणों की अनुमानित माप लिखिये। तथा फिर इन्हें चांदे की सहायता से मापकर नीचे की सारणी को पूरा कीजिये।



(i)



(ii)

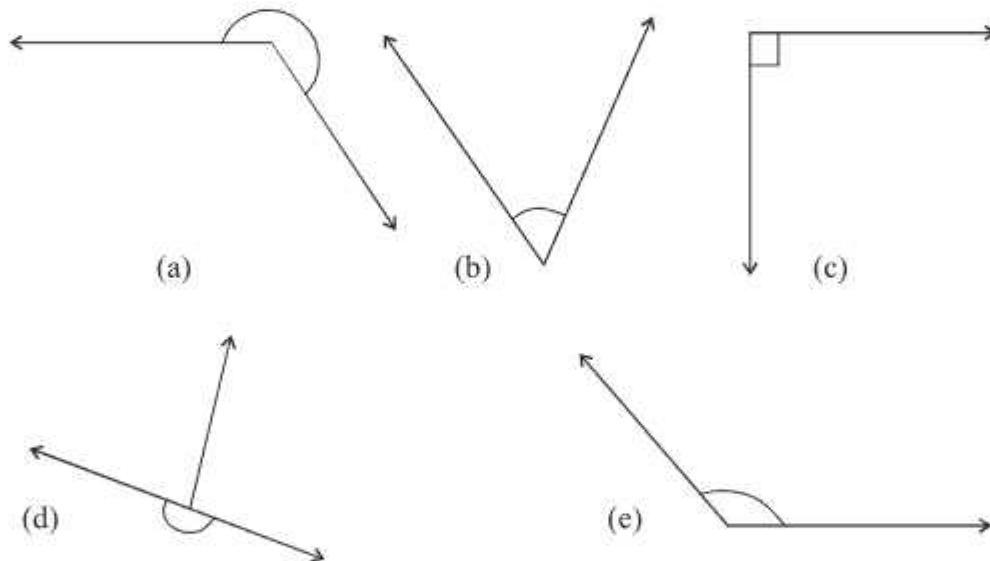


(iii)

कोण	अनुमानित माप	वास्तविक माप	कोण का प्रकार
1. $\angle DEF$			
2. $\angle KLM$			
3. $\angle PQR$			

अभ्यास प्रश्न-13.2

- किन्हीं चार कोणों के माप लिखिये जो न्यून कोण हों।
- किन्हीं चार कोणों के माप लिखिये जो अधिक कोण हों।
- निम्न कोणों के माप लिखिये-
 - सम्पूर्ण कोण
 - सरल कोण
 - समकोण
- निम्न में से प्रत्येक कोण को समकोण न्यूनकोण, अधिककोण, ऋजुकोण या प्रतिवर्ती कोण के रूप में वर्गीकृत कीजिये।



- निम्न कथनों में सत्य को (T) या असत्य को (F) लिखिये।
 - एक प्रतिवर्ती कोण 180° से छोटा होता है।
 - एक सम्पूर्ण कोण 180° का होता है।
 - एक समकोण 90° का होता है।
 - एक न्यून कोण का माप 90° से कम होता है।
 - एक सरल कोण 360° का होता है।
- चादे की सहायता से कोई दो न्यून कोण तथा दो अधिक कोण बनाइये तथा उनको माप कर लिखिये।
- चादे की सहायता से निम्न कोणों की रचना कीजिये।

(i) $\angle LMN = 30^\circ$	(ii) $\angle RST = 45^\circ$	(iii) $\angle PQR = 180^\circ$
(iv) $\angle MNO = 90^\circ$	(v) $\angle ABC = 120^\circ$	(vi) $\angle XYZ = 150^\circ$

अभ्यास प्रश्न-13.1

1. (a) (iii) अनेक
(b) (i) एक
(c) (ii) एक
2. OP, OM, OA

अभ्यास प्रश्न-13.2

1. $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 50^\circ$, तथा 90° से कम अन्य कोण
2. $100^\circ, 110^\circ, 120^\circ, 130^\circ$ तथा 90° से अधिक अन्य कोण
3. (i) 360° (ii) 180° (iii) 90°
4. (a) प्रतिवर्ती कोण
(b) न्यून कोण
(c) समकोण
(d) सरल कोण
(e) अधिक कोण
5. (i) F
(ii) F
(iii) T
(iv) T
(v) F
6. स्वयं बनाइए
7. स्वयं बनाइए

परिमाप और क्षेत्रफल

इस पाठ से हम सीखेंगे

- परिमाप का अर्थ एवं मापन
- क्षेत्रफल का अर्थ एवं मापन
- विभिन्न आकृतियों की भुजाओं के मापों को जोड़कर परिमाप की गणना करना।
- दैनिक जीवन में परिमाप और क्षेत्रफल का उपयोग करना।
- विभिन्न आकृतियों के क्षेत्रफलों की गणना एवं तुलना करना।



आवश्यक सामग्री

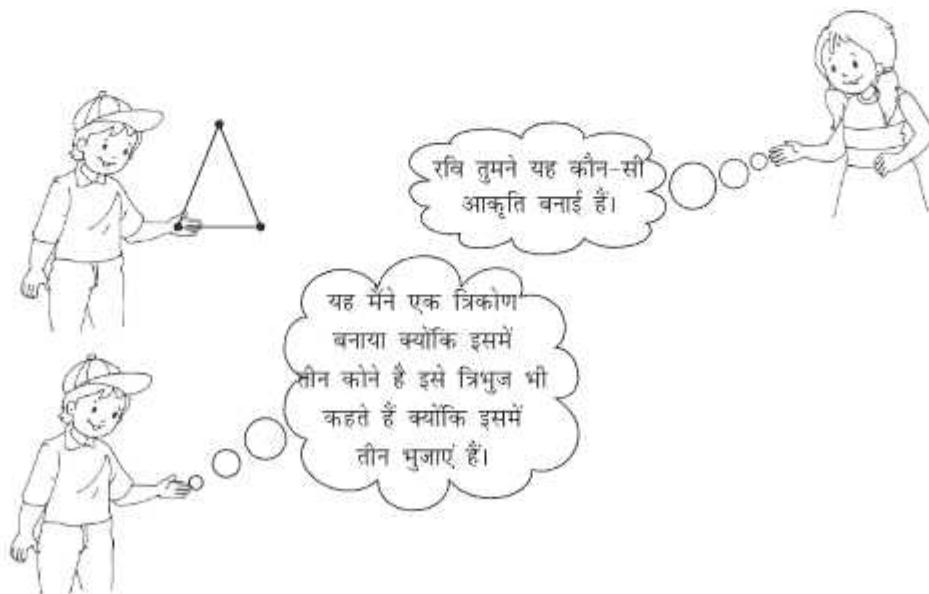
पेन, पेंसिल, रबड़, कटर, स्केल, रफ कागज, कुल तीलिया, ग्राफ पेपर तथा इसी प्रकार की अन्य बस्तुएँ।

आड़ए चर्चा करें

यदि हमें एक फोटो के चारों तरफ रंगीन टेप लगाना हो तो फोटो की भुजाओं की लम्बाई का योग पता करना होगा। और यदि इसी फोटो को घर की दीवार पर लगाना हो तो फोटो दीवार पर कितना स्थान या जगह धेरती है यह देखना होगा।

परिमाप का अर्थ एवं मापन

रवि और शालू तीलियों द्वारा एक झोपड़ी बनाने की कोशिश कर रहे थे। रवि ने एक आकृति बनाई।





अगर इसमें चार
भुजाएँ होती हों?



तब वह चौकोर आकृति
होती जैसे



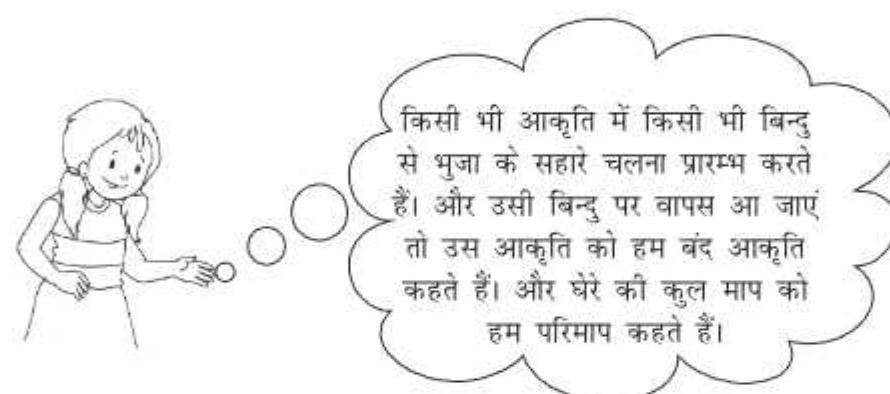
क्या इन सब आकृतियों
को हम चौकोर ही
कहते हैं?



अरे नहीं, चौकोर
तो हैं पर इन सभी के अपने नाम हैं
जैसे यह वर्ग है क्योंकि इसकी चारों भुजाएँ
बराबर हैं, तथा चारों कोण समकोण हैं
यह आयत है क्योंकि इसकी आमने-
सामने की भुजा बराबर हैं तथा चारों
कोण समकोण हैं



अच्छा तो यह बताओं की क्या
आकृति भी चौकोर है।



परिमाप : किसी भी बंद आकृति की सभी भुजाओं की मापों का योग परिमाप कहलाता है।

आकृति के धेरे की कुल माप को परिमाप कहते हैं।

अब हम कुछ तीलियों या धागे की सहायता से कुछ आकृतियों का परिमाप जात करते हैं।

आयत का परिमाप ज्ञात करना

सभी भुजाओं को धागे की सहायता से मापने पर हमने पाया :

$$AB = CD = 4 \text{ cm}$$

$$BC = DA = 2 \text{ cm}$$

फिर सभी भुजाओं की मापों का योग करने पर

$$= AB \text{ भुजा की माप} + BC \text{ भुजा की माप} + CD \text{ भुजा की माप} + DA \text{ भुजा की माप}$$

$$= 4\text{cm} + 2 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 2 \text{ cm}$$

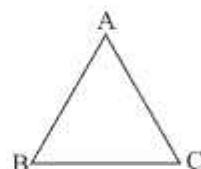
$$= 12 \text{ cm}$$



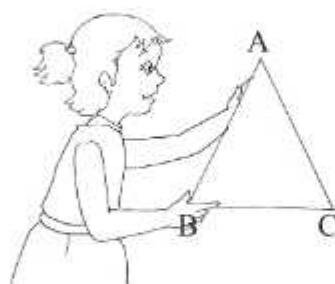
आप जानते हैं कि किसी भी बंद आकृति की सभी भुजाओं की मापों का योग परिमाप कहलाता है। अतः दिए गए आयत का परिमाप = 12 cm

त्रिभुज का परिमाप ज्ञात करना

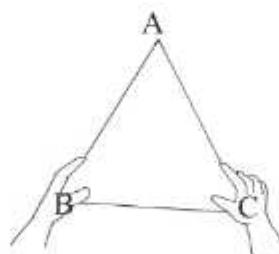
सभी भुजाओं को धागे या स्केल की सहायता से मापने पर हमने पाया



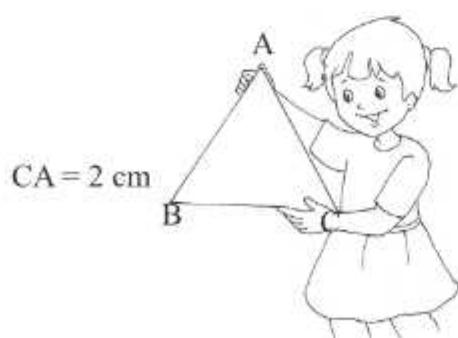
$$AB = 2\text{cm}$$



$$BC = 2\text{cm}$$



$$CA = 2 \text{ cm}$$



फिर सभी भुजाओं की मापों का योग करने पर

$$= AB \text{ भुजा की माप} + BC \text{ भुजा की माप} + CA \text{ भुजा की माप}$$

$$= 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm}$$

$$= 6 \text{ cm}$$

अतः त्रिभुज का परिमाप = 6 cm

वर्ग का परिमाप ज्ञात करना

सभी भुजाओं को धागे या स्केल की सहायता से मापने पर हमने पाया

$$AB = 4 \text{ cm}$$

$$BC = 4 \text{ cm}$$

$$CD = 4 \text{ cm}$$

$$DA = 4 \text{ cm}$$

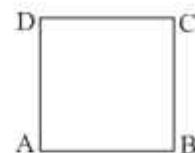
फिर सभी भुजाओं की मापों का योग करने पर

$$= AB \text{ भुजा की माप} + BC \text{ भुजा की माप} + CD \text{ भुजा की माप} + DA \text{ भुजा की माप}$$

$$= 4 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 4 \text{ cm}$$

$$= 16 \text{ cm}$$

वर्ग का परिमाप = 16 cm



क्रियाकलाप

आइए अब हम किसी भी बंद आकृति का परिमाप ज्ञात करते हैं।

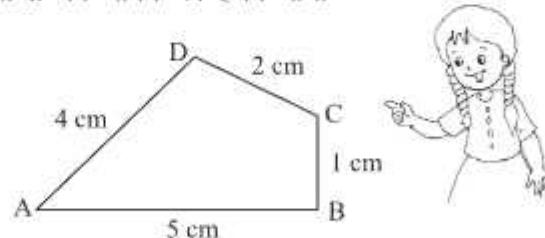
जैसे दी गई आकृति ABCD में सभी भुजाओं को मापने पर हमने पाया

$$AB = 5 \text{ cm}$$

$$BC = 1 \text{ cm}$$

$$CD = 2 \text{ cm}$$

$$DA = 4 \text{ cm}$$



परिमाप = AB भुजा की माप + BC भुजा की माप + CD भुजा की माप + DA भुजा की माप

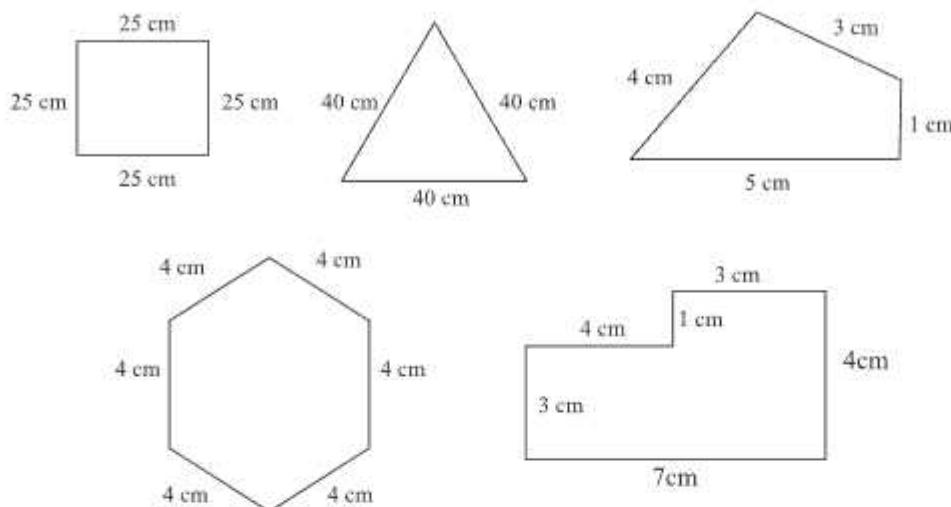
$$= 5 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 4 \text{ cm}$$

$$= 12 \text{ cm}$$

दी गई आकृति ABCD का परिमाप = 12 cm

अभ्यास प्रश्न-14.1

1. इन सभी आकृतियों का परिमाप बताइए।



2. अपने घर के किसी दरवाजे की सभी भुजाओं को नापियें और बताइए कि परिमाप क्या होगा?
 3. इन आकृतियों का परिमाप किसी धागे की सहायता से निकालिए और बताइए किसका परिमाप ज्यादा है।



क्षेत्रफल का अर्थ एवं मापन

रुकसार और नीतू आपस में बातचीत करके यह जानने की कोशिश करते हुए कि इनमें कौन-से आकृति बड़ी एवं छोटी होती हैं।

रुकसार : नीतू किसकी पत्ती बड़ी हैं।

नीतू : दोस्त, आकार में मेरी पत्ती छोटी है और तेरी पत्ती का आकार बड़ा है इसका मतलब है तेरे पास जो पत्ती है वो बड़ी है।

रुकसार : इसका मतलब हैं तेरे पास जो तारा हैं उसका आकार बड़ा है तो वो बड़ा है।

नीतू : जी हाँ, किसी वस्तु की कोई सतह किसी भी तल पर जितना स्थान धेरती हैं वह उस सतह का क्षेत्रफल होता हैं। और किसी सतह का क्षेत्रफल पता करने के लिए हम उस सतह को छोटे-छोटे खानों में बाँट लेते हैं तथा उन खानों को गिनकर उसका क्षेत्रफल पता लगाते हैं।



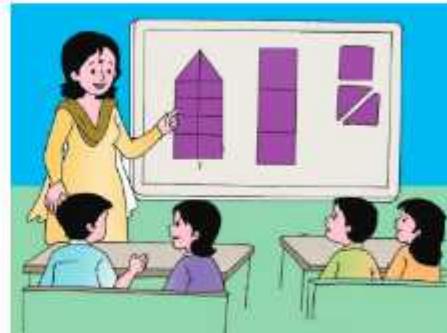
सामान्यतः हम एक खाने की लम्बाई व चौड़ाई 1 cm लंबे हैं और इस खाने का क्षेत्रफल 1 वर्ग इकाई होता है। इसे इकाई भी लिखते हैं।

रुक्सार : बहुत अच्छा!

किस वस्तु की कोई सतह किसी भी तल पर जितना स्थान धेरती है वह उस सतह का क्षेत्रफल होता है। क्षेत्रफल को हम वर्ग इकाई में मापते हैं।

क्रियाकलाप

आइए अब हम कुछ आकृतियों को 1 वर्ग इकाइयों के खाने में बाँटकर खानों की संख्या गिनकर उनका क्षेत्रफल ज्ञात करते हैं।



1.

कुल खानों की संख्या

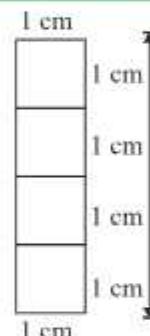
संख्या

$$1 + 1 + 1 + 1 \\ = 4$$

क्षेत्रफल

4

क्षेत्रफल = 4 वर्ग इकाई



2.

कुल खानों की संख्या

संख्या

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ = 7$$

क्षेत्रफल

6



क्षेत्रफल = 6 + 1 वर्ग इकाई
= 7 वर्ग इकाई



3.

कुल खानों की संख्या

संख्या

$$1 + 1 + 1 \\ = 3$$

क्षेत्रफल

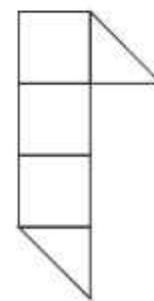
3

आधे खानों की संख्या

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ = 1$$

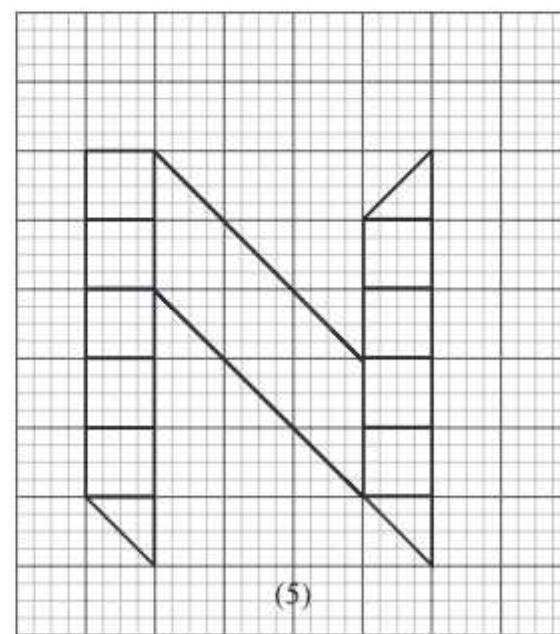
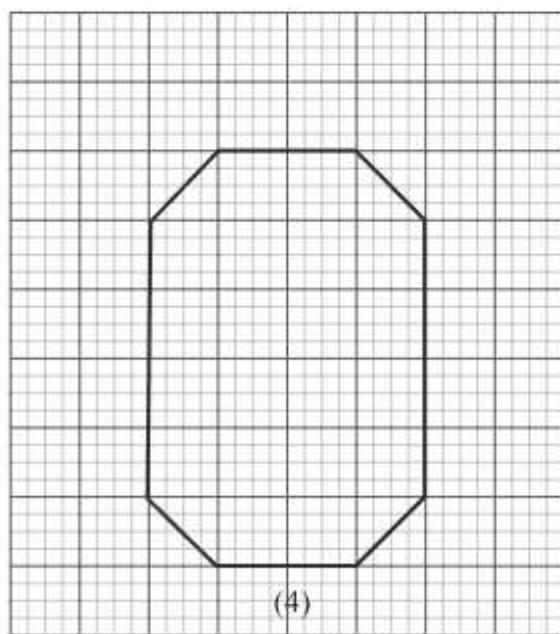
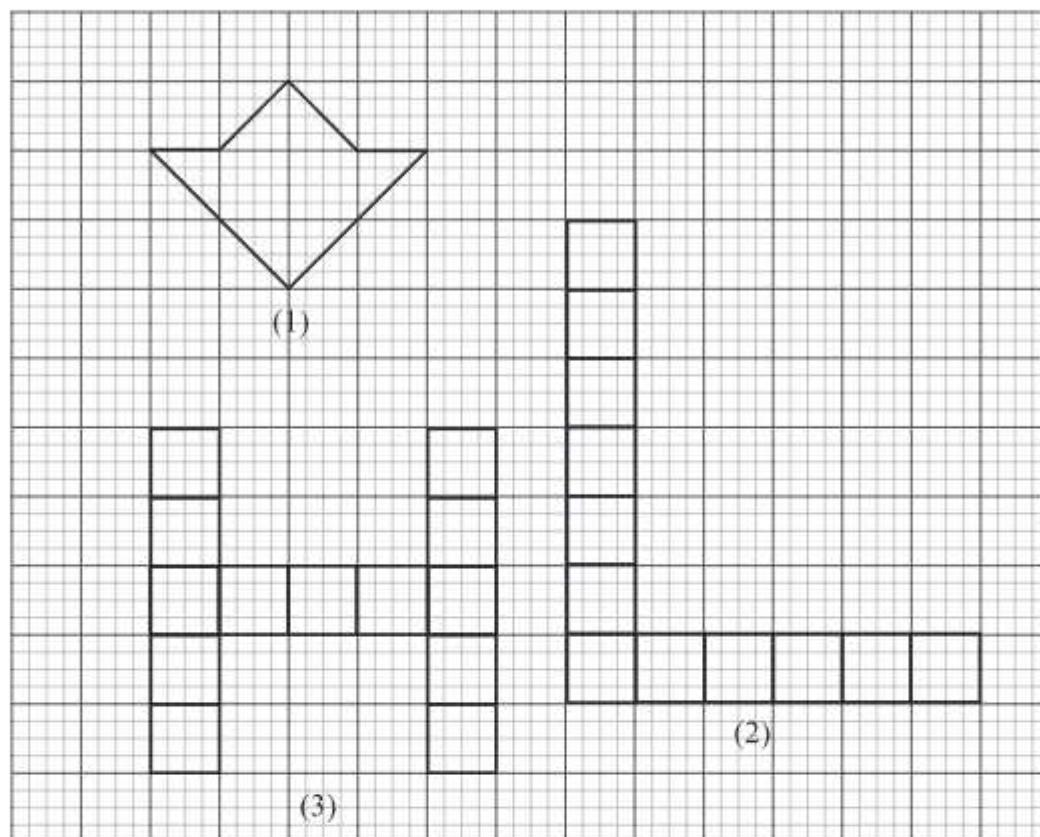
1

क्षेत्रफल = 3 + 1 = 4 वर्ग इकाई



अभ्यास प्रश्न-14.2

1. नीचे दी गई आकृतियों में खानों को गिनकर उनका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



उत्तरमाला

अभ्यास प्रश्न-14.1

- | | |
|-------------|-------------|
| (i) 100 cm | (ii) 120 cm |
| (iii) 13 cm | (iv) 24 cm |
| | (v) 22 cm |

अभ्यास प्रश्न-14.2

- | | |
|------------------------------|-----------------|
| 1. 5 वर्ग इकाई | 2. 12 वर्ग इकाई |
| 3. 13 वर्ग इकाई | 4. 22 वर्ग इकाई |
| 5. $16\frac{1}{2}$ वर्ग इकाई | |

इस पाठ से हम सीखेंगे

- विभिन्न आकृतियों के परिमाप की गणना करना।
- विभिन्न आकृतियों के क्षेत्रफल की गणना करना।
- दैनिक जीवन में परिमाप और क्षेत्रफल का उपयोग करना।

आवश्यक सामग्री

पेसिल, रबड़, कटर, स्केल, रफ कागज, फर्श टाईल तथा इसी प्रकार की अन्य वस्तुएँ।

आइए चर्चा करें

हमने परिमाप तथा क्षेत्रफल का अर्थ तथा उनकी गणना करना सीखा था। हमने परिमाप को भुजाओं की मापों को जोड़कर ज्ञात किया था तथा क्षेत्रफल को $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ के खानों की संख्या गिनकर ज्ञात किया था। परन्तु भुजाओं की माप बढ़ी होने पर खानों की संख्या को गिनना मुश्किल होगा।

इसलिए अब हम विभिन्न आकृतियों का परिमाप एवं क्षेत्रफल कुछ गणितीय सूत्रों द्वारा ज्ञात करने का प्रयास करेंगे।

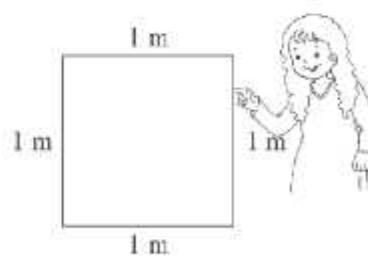
वर्ग का परिमाप

शालू एक वर्गाकार आकृति जिसकी सभी भुजाएँ 1 m हैं उसके चारों ओर एक रंगीन धागा लगाना चाहती हैं। शालू को कुल कितनी लम्बाई का धागा चाहिए उसके लिए वर्गाकार आकृति की चारों भुजाओं की माप का योग या परिमाप का पता होना जरूरी है।

$$\begin{array}{lcl} \text{सभी भुजाओं की मापों का योग} & = & 1\text{ m} + 1\text{ m} + 1\text{ m} + 1\text{ m} \\ & = & 4\text{ m} \end{array}$$

हम जानते हैं कि घेरे की कुल माप को परिमाप कहते हैं

$$\text{अतः वर्ग का परिमाप} = 4\text{ m}$$



हम जानते हैं कि वर्ग की सभी भुजाओं की माप बराबर होती हैं इसलिए हम सभी भुजाओं को चार बार जोड़ने के बजाय हम वर्ग की एक भुजा को चार गुणा करके परिमाप ज्ञात कर सकते हैं।

$$\text{अतः परिमाप} = 4 \times 1\text{ m}$$

$$\boxed{\text{वर्ग का परिमाप} = 4 \times \text{वर्ग की एक भुजा की माप}}$$

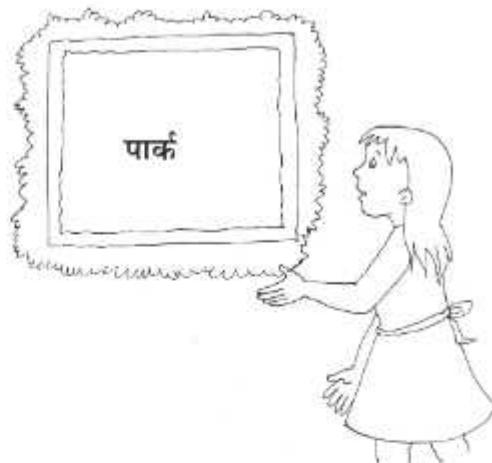
उदाहरण-1: नीतू एक बर्गाकार पार्क जिसकी भुजा की माप 70m है, के चारों ओर चक्कर लगाती है। नीतू द्वारा पार्क के 3 चक्कर लगाने में कुल तय की गई दूरी कितनी होगी।

उत्तर :

$$\begin{aligned}\text{बर्ग की भुजा की माप} &= 70\text{m} \\ \text{बर्ग का परिमाप} &= 4 \times \text{भुजा की माप} \\ &= 4 \times 70\text{m} \\ &= 280\text{ m}\end{aligned}$$

पार्क में एक चक्कर लगाने की कुल तय की गई दूरी = 280 m
पार्क के चारों ओर 3 बार चक्कर लगाने में

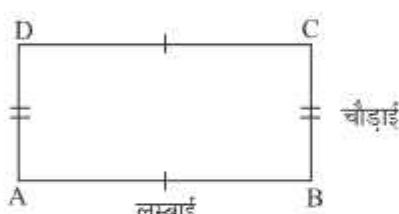
$$\begin{aligned}\text{कुल तय की दूरी} &= 3 \times 280 \\ &= 840\text{ m}\end{aligned}$$



आयत का परिमाप

हम जानते हैं कि आयत की आमने-सामने की भुजाएँ बराबर होती हैं।

आयत का परिमाप ज्ञात करने के लिए = सभी भुजाओं की मापों का योग



$$\begin{aligned}&= \text{भुजा AB की माप} + \text{भुजा BC की माप} + \text{भुजा CD की माप} + \\&\quad \text{भुजा DA की माप} \\&= \text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई} + \text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई} \\&= 2 \text{ लम्बाई} + 2 \text{ चौड़ाई}\end{aligned}$$

$$\boxed{\text{आयत का परिमाप} = 2(\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई})}$$



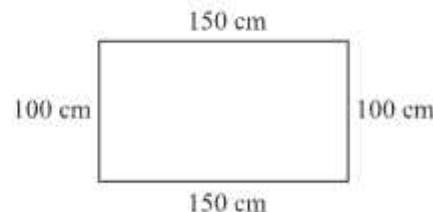
आइए प्रयास करें

यदि एक आयताकार बोर्ड की लम्बाई 150 cm और चौड़ाई 100 cm हैं तो आयतकार बोर्ड का परिमाप ज्ञात कीजिए?

हल:

$$\text{लम्बाई} = 150\text{ cm}$$

$$\text{चौड़ाई} = 100\text{ cm}$$



$$\begin{aligned}\text{आयत का परिमाप} &= 2(\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई}) \text{ cm} \\ &= 2(150 + 100) \text{ cm} \\ &= 2(250) \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\boxed{\text{आयत का परिमाप} = 500\text{ cm}}$$

वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करना

हरजीत के पास एक वर्गाकार बोर्ड है जिसमें कुछ खाने बने हुए हैं। हरजीत जानना चाहती है कि इस वर्गाकार बोर्ड में कितने खाने हैं उसके लिए उसने कुल सभी खानों को गिन लिया

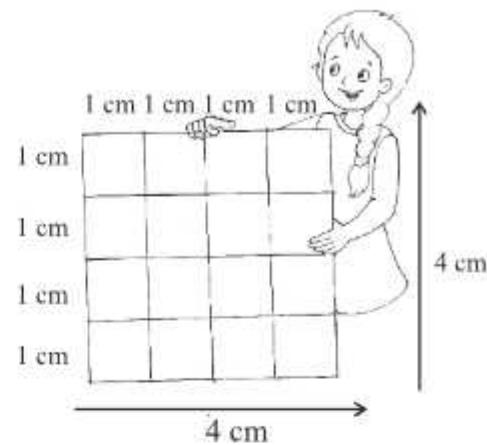
$$\text{कुल सभी खानों की संख्या} = 16$$

परन्तु इस तरह से खानों को गिनने में काफी समय लगा। फिर उसने सोचा सारे खाने गिनने से अच्छा है कि लम्बाई की तरफ से सभी खाने गिन लें = 4

$$\text{चौड़ाई की तरफ से खाने} = 4$$

$$\begin{aligned}\text{कुल खाने} &= 4 \times 4 \\ &= 16\end{aligned}$$

$$\text{अतः क्षेत्रफल} = 16 \text{ cm}^2$$



उदाहरण-2: एक वर्गाकार प्लाट की भुजा 12 m है तो उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर:

$$\text{वर्गाकार प्लाट की भुजा} = 12 \text{ m}$$

$$\begin{aligned}\text{वर्ग का क्षेत्रफल} &= \text{भुजा} \times \text{भुजा} \\ &= 12 \text{ m} \times 12 \text{ m} \\ &= 144 \text{ m}^2\end{aligned}$$

आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करना

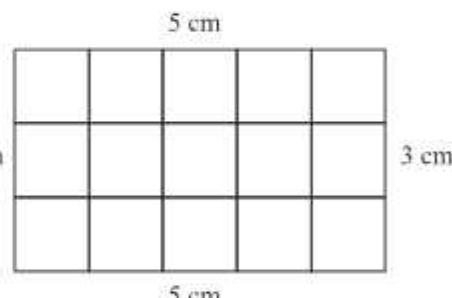
आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए हमने एक आयत बनाया जिसकी लम्बाई 5 cm और चौड़ाई 3 cm है। फिर हमने $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ के वर्ग बना लिए, कुल 15 खाने बनें।

$$\text{अतः आयत का क्षेत्रफल} = 15 \text{ वर्ग इकाई}$$

यहाँ भी कुल खाने गिनने के बजाय यदि हम लम्बाई को चौड़ाई से गुणा कर दें तो भी क्षेत्रफल ज्ञात होगा।

$$\begin{aligned}\text{आयत का क्षेत्रफल} &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\ &= 5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \\ &= 15 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\boxed{\text{अतः आयत का क्षेत्रफल} = \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}}$$



आइए प्रयास करें

उस आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी लम्बाई 14 cm और चौड़ाई 6 cm हो।

उत्तर:

$$\text{आयत की लम्बाई} = 14 \text{ cm}$$

$$\text{चौड़ाई} = 6 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}\text{आयत का क्षेत्रफल} &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\ &= 14 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \\ &= 84 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

अभ्यास प्रश्न-15

- एक आयताकार बोर्ड की लम्बाई 9 cm और चौड़ाई 4 cm है तो उसका परिमाप ज्ञात कीजिए।
- एक आयताकार पार्क की लम्बाई 50 m है और चौड़ाई 30 m है तो पार्क का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- एक वर्ग की भुजा जिसकी भुजा 10 cm है तो उसका परिमाप और क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- एक आयताकार कपड़े की लम्बाई 2 m और चौड़ाई 1.25 m हैं तो उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- एक आयत का परिमाप ज्ञात कीजिए जिसकी लम्बाई 125 cm और चौड़ाई 1 m है।

उत्तरमाला

अभ्यास प्रश्न-15

- परिमाप = 26 cm
- क्षेत्रफल = 1500 m^2
- परिमाप = 40 cm
क्षेत्रफल = 100 cm^2
- क्षेत्रफल = 2.50 m^2
- परिमाप = 4.5 m

विद्यार्थी प्रगति पत्रक

शिक्षक/शिक्षिका विगत पाठ्य-सामग्री के आधार पर विद्यार्थी की प्रगति को निम्नलिखित तालिका में अंकित करें।

क्र.सं.	अधिगम संप्राप्ति	3.	2.	1.
		सक्षम है	सहायता से करता/करती है	सुधार की आवश्यकता है
1.	----- ----- -----			
2.	----- ----- -----			
3.	----- ----- -----			
4.	----- ----- -----			
5.	----- ----- -----			
6.	----- ----- -----			
7.	----- ----- -----			
8.	----- ----- -----			
9.	----- ----- -----			
10.	----- ----- -----			

चित्रों व संकेतों की सहायता से आँकड़ों का ज्ञान

इस पाठ से हम सीखेंगे

- आँकड़े क्या हैं?
- आँकड़ों का प्रस्तुतीकरण
- दण्ड आलेख व चित्रालेखों से आँकड़ों का अध्ययन और विश्लेषण



आवश्यक सामग्री

कापी, पैन, पेन्सिल, समाचार पत्र तथा पत्रिकाओं से विभिन्न प्रकार के प्रकाशित होने वाले आँकड़ों की कटिंग तथा इसी प्रकार की अन्य वस्तुएँ।

आइए चर्चा करें

आप टी.वी. पर समाचार पत्रों में और किताबों से विभिन्न प्रकार की सूचनाएँ प्राप्त करते हैं। जैसे मौसम का हाल, सोने चांदी का भाव, सब्जियों का भाव, क्रिकेट मैचों का स्कोर, खिलाड़ियों की रेकिंग रोजाना का अधिकतम व न्यूनतम तापमान आदि, ये सभी सूचनाएँ आँकड़े ही तो हैं।

मौसम का हाल

रविवार

अधिकतम तापमान : 40°

न्यूनतम तापमान : 25°



आज सोने का भाव

सोना 24 कैरेट : 48270 प्रति

10 ग्राम

आँकड़ों का वर्गीकरण :

आँकड़ों को उनके गुणों के आधार पर विभिन्न प्रकार के समूहों में लिखा जा सकता है अर्थात् उनका वर्गीकरण करके हम आँकड़ों को अच्छी प्रकार से समझ कर उनकी व्याख्या कर सकते हैं।

आँकड़ों का वर्गीकरण उन्हें गुण व दोषों के आधार पर विभिन्न समूहों में रखने की एक प्रक्रिया है जिससे आँकड़ों को आसानी से प्रस्तुत करके उन्हें समझा जा सके व उनकी तुलना की जा सके।

आँकड़ों का प्रस्तुतीकरण

एकत्रित किए गए आँकड़े अव्यवस्थित रूप में होते हैं, जिन्हें समझना कठिन होता है। आँकड़ों के संकलन तथा व्यवस्थितकरण करने के लिए आँकड़ों के प्रस्तुतीकरण की आवश्यकता होती है।

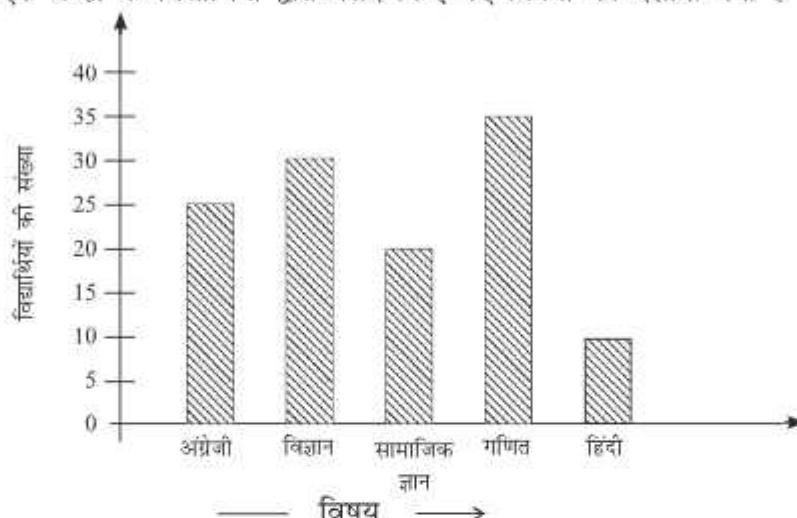
आँकड़ों के प्रस्तुतीकरण से यह अभिप्राय है कि उन्हें स्पष्ट तथा व्यवस्थित रूप से इस प्रकार प्रस्तुत किया जाए कि सभी देखने मात्र से ही सरलता से समझ कर उचित परिणाम निकाल सकें।

आँकड़ों को चित्रों व आलेखों द्वारा प्रस्तुत किया जा सकता है। आँकड़ों को चित्रों, आलेखों तथा संकेतों के द्वारा प्रदर्शित करने से अस्पष्ट, जटिल एवं नीरस आँकड़ों को भी बहुत आसानी से समझा जा सकता है। लगभग प्रत्येक व्यक्ति को चित्र व संकेत आकर्षित करते हैं। ये नेत्र और मन को मोह लेने वाले होते हैं इसलिए इन चित्रों का प्रयोग मस्तिष्क पर स्थायी प्रभाव डालता है। आँकड़ों को चित्रालेखों द्वारा प्रस्तुत करने के बाद उनकी तुलना करने में बहुत कम समय और श्रम लगता है, क्योंकि चित्रालेखों से एक ही दृष्टि में आँकड़ों को समझा जा सकता है।

आइए हम चित्रालेखों व दण्ड आलेखों द्वारा दी गई जानकारी का अध्ययन करें।

उदाहरण-1

दिए गए दण्ड आलेख में एक कक्षा के विद्यार्थियों द्वारा पसंद किए गए विषयों को दर्शाया गया है :



दिए गए दण्ड आलेख को देखने पर हम कह सकते हैं कि सबसे अधिक पसंद किए जाने वाला विषय गणित है। यहाँ यह बात ध्यान देने योग्य है कि हमने बिना किसी गणना के ये उत्तर दिया है। दण्ड चार्ट या चित्रालेख, आँकड़ों को आसानी से समझने में हमारी मदद करते हैं। आइए, एक और उदाहरण द्वारा इसका अध्ययन करें।

उदाहरण-2

शीला एक पार्क में रोजाना सुबह की सैर के लिए जाती है। जहाँ वह विभिन्न आयु वर्गों के लोगों को सैर करते हुए देखती है। रविवार को भी वह सैर के लिए गई वहाँ मौजूद विभिन्न आयु वर्गों के लोगों को उसने एक चित्रालेख द्वारा प्रदर्शित किया।

संकेत : = 5 व्यक्ति

	पार्क में सैर करने वाले व्यक्ति
पुरुष	● ● ● ●
महिला	● ● ●
लड़के	● ● ● ● ●
लड़कियाँ	● ● ● ●
वरिष्ठ नागरिक	● ●
सामान बचने वाला	●

इस चित्रालेख के द्वारा हम क्या प्राप्त करेंगे? आइए देखें।

- (1) पार्क में रविवार के दिन कल कितने लड़के सैर के लिए आए?
- (2) पार्क में कितने बृद्ध (वरिष्ठ नागरिक) सैर के लिए आए?
- (3) पार्क में कितने सामान बेचने वाले लोग थे?

उपरोक्त चित्रालेख द्वारा कोई भी व्यक्ति सरलतापूर्वक बता सकता है कि रविवार को कुल 25 लड़के पार्क में सैर के लिए आये, पार्क में बृद्धों की कुल संख्या 10 थी जबकि पार्क में सामान बेचने वाले व्यक्तियों की संख्या 5 थी।

आपने देखा कि चित्रालेख व दण्ड आलेख आँकड़ों को समझने में हमारी कितनी मदद करते हैं।

आइए प्रयास करें

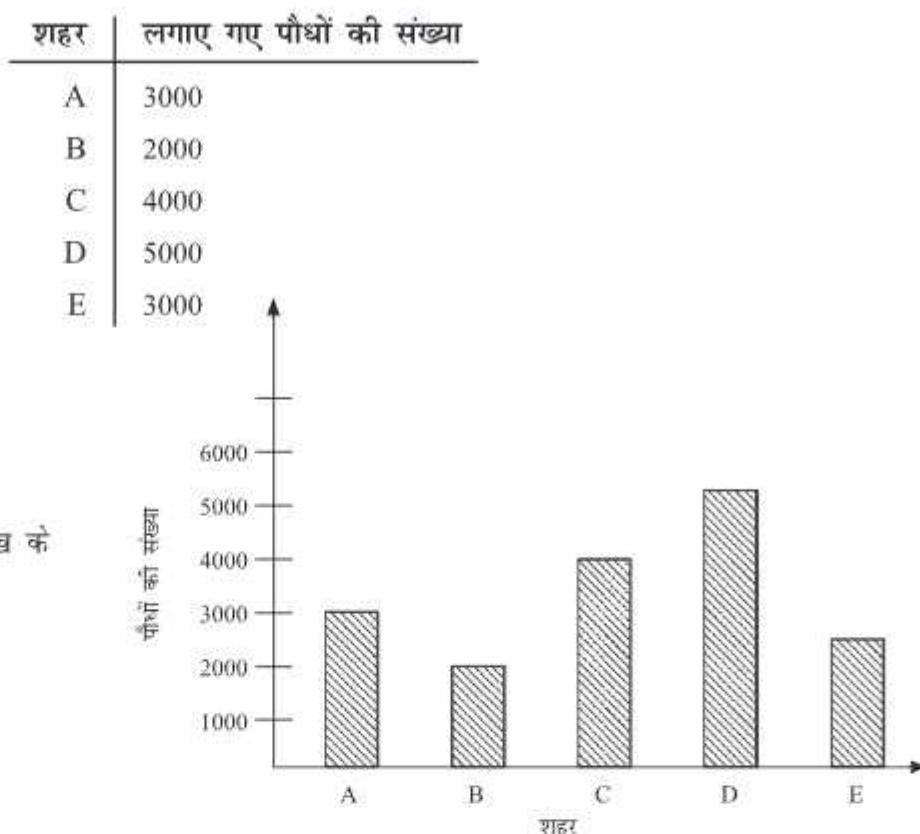
मेट्रो स्टेशन की पार्किंग में विभिन्न प्रकार के वाहन खड़े होते हैं। किसी सप्ताह के सात दिनों में पार्किंग में खड़ी कारों की संख्या को चित्रालेख द्वारा दर्शाया गया है :

	कारों की संख्या संकेत = 10 कारें
सोमवार	
मंगलवार	
बुधवार	
वीरवार	
शुक्रवार	
शनिवार	
रविवार	

दिए गए चित्रालेख द्वारा हमें निम्नलिखित जानकारी मिलती है

दिन	कारों के चित्रों की संख्या	कुल कारों की संख्या
सोमवार	6	$6 \times 10 = 60$
मंगलवार	4	$4 \times 10 = 40$
बुधवार	—	—
वीरवार	—	—
शुक्रवार	—	—
शनिवार	—	—
रविवार	—	—

2. पाँच शहरों में वन महोत्सव के दिन लगाए गए पौधों की संख्या नीचे दी गई है :



दण्ड चार्ट को देखकर हम बता सकते हैं कि सबसे अधिक पौधे- D शहर के लोगों ने लगाए हैं तथा सबसे कम पौधे..... शहर द्वारा लगाए गए हैं।

अभ्यास प्रश्न-16

1. दिए गए चित्रालेख में एक विशेष सप्ताह में एक विक्रेता द्वारा बेची गई सी.एफ.एल (CFL) लाइट का रिकॉर्ड नीचे दिया गया है :

दिन	बेची गई सी.एफ.एल. की संख्या	50 सी.एफ.एल. के लिए
सोमवार	7	
मंगलवार	9	
बुधवार	5	
वीरवार	5	
शुक्रवार	8	
शनिवार	3	

उपरोक्त चित्रालेख को देखकर निम्नलिखित का उत्तर दीजिए :

- किस दिन सबसे अधिक सी.एफ.एल. बिकी.....
 - किस दिन सबसे कम सी.एफ.एल. बिकी.....
 - सप्ताह में कुल कितनी सी.एफ.एल. बेची गई.....
2. किसी शहर में 14 वर्ष से कम आयु के बच्चों द्वारा टी.वी. पर देखे गए कार्यक्रमों का चित्रालेख नीचे दिया गया है :

टीवी कार्यक्रम	बच्चों की संख्या	माना  100 बच्चे
पर्यटन	       	
कार्टून	        	
शैक्षिक	     	
साहसिक	         	
फिल्मी	       	

चित्रालेख के आधार पर निम्नलिखित का उत्तर दीजिए :

- कितने बच्चे शैक्षिक कार्यक्रम देखना पसंद करते हैं
 - कितने बच्चे कार्टून प्रोग्राम देखना पसंद करते हैं
 - कितने बच्चे साहसिक कार्यक्रम देखना पसंद करते हैं
 - किस तरह के प्रोग्राम को सबसे अधिक पसंद किया गया
3. गीतांजलि ने अपने दोस्तों से पूछा कि उन्हें कौन-सा खाना अधिक पसंद है। उनकी रुचि को उसने एक निम्न प्रकार से एक चित्रालेख द्वारा प्रदर्शित किया।

भोजन	बच्चों की संख्या	<input type="checkbox"/> 2 बच्चों को दर्शाता है
 मटर पनीर	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
 खीर	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
 डोसा	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
 छोले पूरी	<input type="checkbox"/>	
 गाजर का हलवा	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	

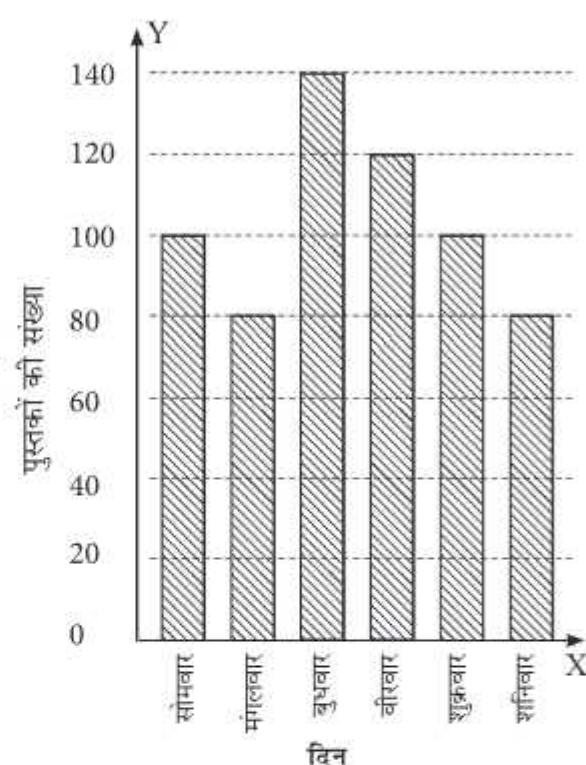
चित्रालेख के आधार पर निम्नलिखित का उत्तर दीजिए :

- सबसे अधिक पसंद किए जाने वाला भोजन
(i) सबसे अधिक पसंद किया जाने वाला भोजन
- सबसे कम पसंद किया जाने वाला भोजन
(ii) कितने बच्चों ने छोले-पूरी खाना पसंद किया
- कितने बच्चे खीर खाना पसंद करते हैं
(iii) कितने बच्चे खीर खाना पसंद करते हैं
- कितने बच्चे मटर पनीर खाना पसंद करते हैं
(iv) कितने बच्चे मटर पनीर खाना पसंद करते हैं

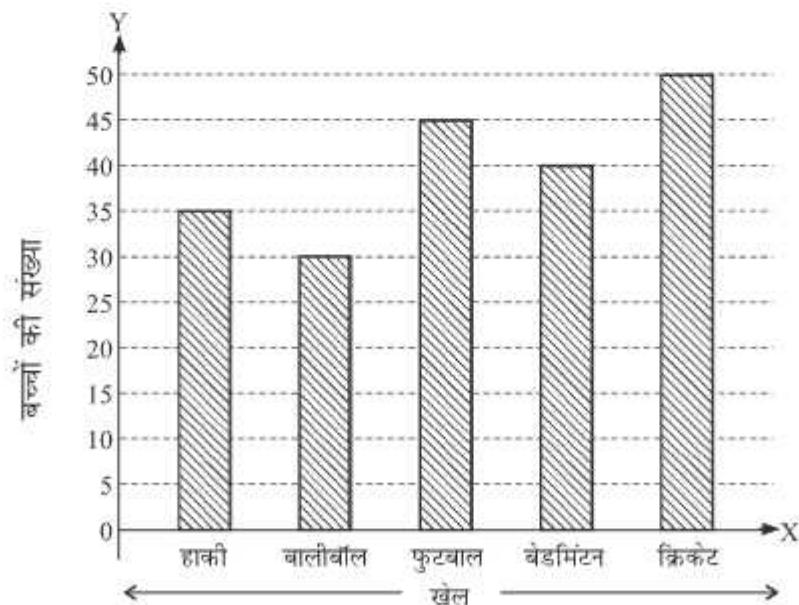
4. दिए गए चित्रालेख में किसी सप्ताह में एक विक्रेता द्वारा बेची गई कॉपियों की संख्या दी गई हैं :

चित्र के आधार पर निम्नलिखित का उत्तर दीजिए :

- किस दिन सबसे अधिक पुस्तकों बेची गई
(i) किस दिन सबसे अधिक पुस्तकों बेची गई
- किन दो दिनों में बेची गई पुस्तकों की संख्या समान है
(ii) किन दो दिनों में बेची गई पुस्तकों की संख्या समान है
- सप्ताह में कुल कितनी पुस्तकों बेची गई हैं
(iii) सप्ताह में कुल कितनी पुस्तकों बेची गई हैं

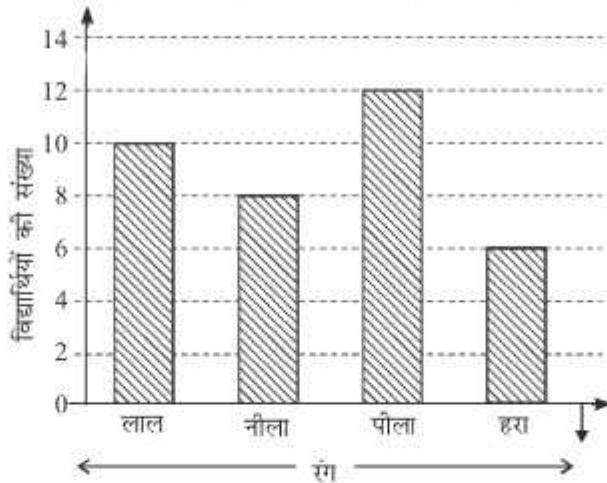


5. एक सर्वे के अनुसार दिल्ली में बच्चों द्वारा अधिक रुचिकर खेल का रिकॉर्ड एक चित्रालेख द्वारा प्रदर्शित किया गया है:



चित्रालेख के आधार पर निम्नलिखित का उत्तर दीजिए :

- (i) सबसे अधिक पसंद किए जाने वाला खेल कौन-सा है.....
(ii) सबसे कम पसंद किए जाने वाला खेल कौन सा है
6. 36 विद्यार्थियों द्वारा पसंद किए गए रंगों को एक दंड आलेख द्वारा प्रदर्शित किया गया है :



दंड आलेख के आधार पर निम्नलिखित का उत्तर दीजिए :

रुचि के आधार पर विद्यार्थियों को रंगीन टी-शर्ट बाँटी जानी है।

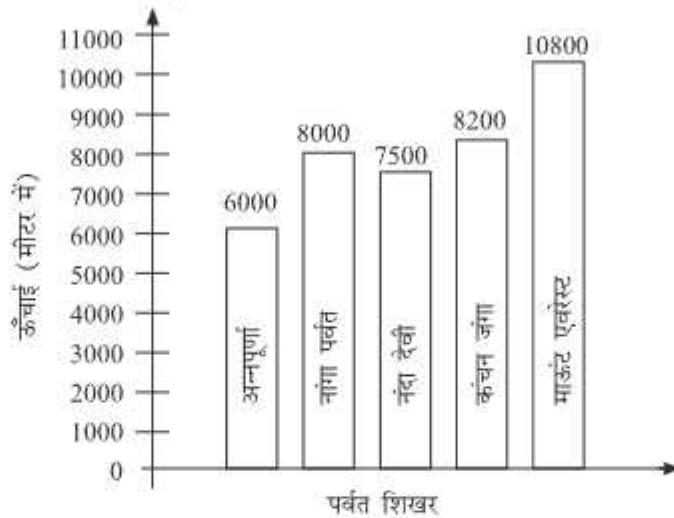
- (i) पीले रंग की कितनी टी-शर्ट मंगानी पड़ेगी.....
(ii) सबसे कम टी-शर्ट किस रंग की मंगानी पड़ेगी.....
(iii) सबसे अधिक तथा सबसे कम मंगाई जाने वाली टी-शर्टों की संख्या का अंतर ज्ञात करो।
7. निम्न चित्र आलेख एक कंपनी द्वारा सप्ताह में बेचे गए कम्प्यूटरों की संख्या दर्शाता है :

संकेत : = 10 कम्प्यूटर

दिन	बेचे गए कम्प्यूटर
सोमवार	
मंगलवार	
बुधवार	
वीरवार	
शुक्रवार	
शनिवार	

इस चित्र आलेख पर आधारित निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (क) वीरवार को कितने कम्प्यूटर बेचे गए?
 - (ख) सोमवार को कितने कम्प्यूटर बेचे गए?
 - (ग) पूरे सप्ताह में कितने कम्प्यूटर बेचे गए?
 - (घ) किस दिन बिक्री अधिकतम थी?
 - (ङ) किस दिन बिक्री न्यूनतम थी?
8. निम्न दंड आलेख पर्वतशिखरों की ऊँचाई प्रदर्शित करता है :



दंड आलेख पर आधारित निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (क) सबसे ऊँचा पर्वतशिखर कौन-सा है तथा उसकी ऊँचाई कितनी है?
- (ख) सबसे ऊँचे तथा सबसे नीचे पर्वतशिखरों की ऊँचाईयों का अंतर क्या होगा?
- (ग) नंदा देवी तथा कंचनजंगा की ऊँचाईयों में कितना अंतर है?

उत्तरमाला

अभ्यास प्रश्न-16

- | | | |
|----------------------------|-------------------------|------------------------------------------|
| 1. (i) शुक्रवार | (ii) शनिवार | (iii) 1750 |
| 2. (i) 600 | (ii) 1000 | (iii) 1200 |
| (iv) साहसिक | | |
| 3. (i) छोले पुरी | (ii) खीर | (iii) 14 |
| (iv) 8 | | |
| 4. (i) बुधवार | (ii) मंगलवार तथा शनिवार | (iii) 620 |
| 5. (i) क्रिकेट | (ii) बॉलीबॉल | |
| 6. (i) 12 | (ii) हरा | (iii) 6 |
| 7. (क) 50 | (ख) 40 | (ग) 220 (घ) वीरवार (ङ) मंगलवार |
| 8. (क) माऊंट एवरेस्ट 10800 | (ख) 4800 | (ग) 700 |

आँकड़ों का प्रबंधन

इस पाठ से हम सीखेंगे

- आँकड़ों का बारम्बारता सारणी के रूप में प्रस्तुतीकरण।
- आँकड़ों को चित्रालेख और दण्डालेख के रूप में प्रदर्शित करना और उनकी व्याख्या करना।



आवश्यक सामग्री

पैन, पेन्सिल, कापी, अखबार तथा पत्र-पत्रिकाओं में प्रकाशित विभिन्न प्रकार के आँकड़े और उनके चित्रालेख तथा इसी प्रकार की अन्य वस्तुएँ।

आइए चर्चा करें

आपने सड़क पर चलने वाले अनेक प्रकार के वाहन देखे होंगे जैसे कार, स्कूटर, बस, ट्रक आदि। यदि आपको कहा जाए कि दिल्ली के किसी व्यस्त चौराहे पर सुबह 8:00 बजे से 8:05 बजे तक के बीच विभिन्न प्रकार के वाहनों की आवाजाही को देखकर पता लगाना है कि किस वाहन की संख्या अधिकतम है या ये कहा जाए कि उस समय दिल्ली के लोग कौन-से वाहनों का अधिक प्रयोग करते हैं तो आप इस कार्य को किस प्रकार पूरा करेंगे?

रमेश के अध्यापक ने उसे इस कार्य को करने के लिए कहा। अगले दिन रमेश एक चौराहे पर जाकर वाहनों को गिनने का प्रयत्न करता है परन्तु हर बार वह पिछले वाहन की संख्या और आगे आने वाले वाहनों की संख्या को मिला देता है। इस प्रकार वह वाहनों की गिनती ठीक प्रकार से नहीं कर पाता। रमेश की बहन सोनम उसे कहती है कि वह एक कागज पर गिनती लिखे और वाहन के गुजरने पर उसे काट दे। अगले दिन रमेश उसी जगह पर गया और उसने जो आँकड़े इकट्ठे किए वह इस प्रकार थे :

वाहन	सुबह 8:00 बजे से 8:05 तक वाहनों की संख्या
बस	*, *, *, *, *, *, *, *, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20
ट्रक	*, *, *, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20
कार	*, *, *, *, *, *, *, *, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20
स्कूटर	*, *, *, *, *, *, *, *, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20
साईकिल	*, *, *, *, *, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20
मोटर साईकिल	*, *, *, *, *, *, *, *, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20

रमेश ने इन आँकड़ों को नीचे दी गई सारणी के अनुसार लिखा :

वाहन	बस	ट्रक	कार	स्कूटर	साईकिल	मोटरसाईकिल
संख्या	10	4	15	18	6	14

रमेश का मित्र अकबर जो उसके घर के पास ही रहता था। उसने रमेश की बनाई सारणी को देखकर कहा कि इस प्रकार गिनती लिखना और उसे काटना तो अधिक कठिन है, यदि वाहनों की संख्या बहुत अधिक होगी तो तुम क्या करोगे? अकबर उसी सारणी को कुछ नए तरीके से लिखता है।

वाहन	सुबह 8:00 से 8:05 बजे तक वाहनों की संख्या	कुल
बस		10
ट्रक		4
कार		15
स्कूटर		18
साईकिल		6
मोटरसाईकिल		14

अकबर की सारणी को देखिए। उसने प्रत्येक वाहन के लिए एक चिह्न लगाया और बाद में उनको गिन लिया।

अकबर और रमेश अपनी-अपनी सारणी लेकर पढ़ोंस में रहने वाली सीमा जो नीचे कक्षा में पढ़ती है, के पास गए और उसे अपनी सारणी दिखाई। सीमा बोली—तुम दोनों ने बहुत अच्छी कोशिश की है, परंतु सारणी को इस प्रकार प्रस्तुत करने में परेशानी होगी और उनको ठीक से गिनने में भी गलती हो सकती है। आओ मैं तुम्हे इन आँकड़ों को प्रस्तुत करने का एक और तरीका बताऊँ। अकबर तुमने जो तरीका अपनाया है उसे मैं थोड़ा बदलकर लिखती हूँ जैसे तुमने बसों की संख्या को ||||||| (10) लिखा है, इसे मैं ऐसे // // लिख रही हूँ। अर्थात् चार वाहनों के लिए ||| और पाँचवे के लिए //। अर्थात् पाँचवा निशान एक तिरछी रेखा के रूप में प्रयोग किया गया है। इस प्रकार से लिखने पर हम वाहनों की कुल संख्या को आसानी से पाँच-पाँच के समूहों में लिखकर गिन सकते हैं।

जानते हो इन चिन्हों को क्या कहते हैं?

इन चिह्नों को मिलान चिह्न कहते हैं। इस प्रकार सदैव // // यह दर्शाता है कि कुल संख्या पाँच जमा तीन (अर्थात् आठ) है, इसी प्रकार // // // यह दर्शाता है कि कुल संख्या $5 + 5 + 5 + 3$ अर्थात् 18 है। आओ अब तुम्हारी सारणी को दोबारा लिखें।

वाहन	सुबह 8:00 से 8:05 बजे तक वाहनों की संख्या	कुल
बस	// //	10
ट्रक		4
कार	// // //	15
स्कूटर	// // // //	18

साईकिल		6
मोटरसाईकिल		14

इस सारणी को हम बारंबारता सारणी कहते हैं।

आप बताइए कि तीनों विधियों में से कौन-सी विधि सबसे आसान है और क्यों?

यदि बहुत अधिक ऑकड़ों से जल्दी सूचना प्राप्त करनी हो तो कौन-सी विधि अधिक उपयोगी है?

उदाहरण 1

एक खिलाड़ी (गेंदबाज) द्वारा अपने 30 मैचों में प्राप्त की गई विकेटों के बारे में ऑकड़े दिए गए हैं।



5	4	5	4	5	4
5	8	7	4	7	5
5	5	4	3	2	0
1	3	6	5	2	1
2	1	3	2	3	4

आइए मिलान चिह्नों को प्रयोग करके एक सारणी तैयार करें।

विकेटों की संख्या	मिलान चिह्न	बारंबारता
0		1
1		3
2		4
3		4
4		6
5		8
6		1
7		2
8		1

उदाहरण 2

गणित के एक टेस्ट में 50 विद्यार्थियों द्वारा निम्नलिखित अंक प्राप्त किए गए। ऑकड़ों को मिलान चिह्न का प्रयोग करके, एक सारणी के रूप में लिखिए।

(10 में से)

2	4	8	1	4	5	7	10	6	8	3	7	2
7	2	4	9	7	4	9	9	8	9	1	3	7
6	8	7	3	9	8	8	8	3	3	2	2	
6	6	7	4	6	3	10	7	7	6	0	5	

सारणी का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए :

- (i) कितने विद्यार्थियों ने 5 या उससे अधिक अंक प्राप्त किए?
- (ii) 9 या उससे अधिक अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों को 'A' ग्रेड दिया जाता है, कितने विद्यार्थियों को 'A' ग्रेड मिला?

हल : सारणी :

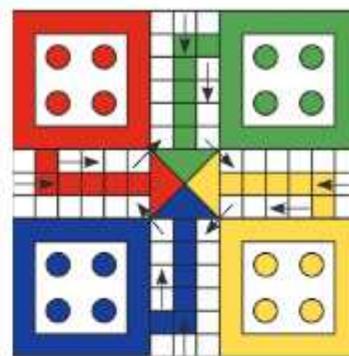
अंक	मिलान चिह्न	विद्यार्थियों की संख्या
0		1
1		2
2		5
3		6
4		5
5		2
6		6
7		9
8		7
9		5
10		2
	कुल	50

- (i) 5 या अधिक अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या $2 + 6 + 9 + 7 + 5 + 2 = 31$ है।
- (ii) 'A' ग्रेड पाने वाले विद्यार्थियों की कुल संख्या $5 + 2 = 7$ है।

आइए प्रयास करें

1. आप आपने मोहल्ले में रहने वाले 6 से 14 वर्ष तक की आयु के बच्चों की जानकारी इकट्ठी करके पता लगाएँ कि कितने बच्चे स्कूल जाते हैं और किस कक्षा में पढ़ते हैं? आँकड़ों को एक सारणी में व्यवस्थित करें और पता लगाएँ कि-
 - (i) कक्षा 6 में किस आयु के बच्चों की संख्या अधिकतम है?
 - (ii) कक्षा 5 में पढ़ने वाले कितने बच्चे हैं?
 - (iii) 10 वर्ष से कम आयु के ऐसे कितने बच्चे हैं जो अभी स्कूल में किसी भी कक्षा में नहीं पढ़ते?
2. लूटो के खेल में इस्तेमाल होने वाले पासे को 20 बार उछालो, प्राप्त परिणामों को सारणी में लिखिए :

पासे पर आने वाली संख्या	कितनी बार यह संख्या आई
1
2
3
4
5
6



आँकड़ों का चित्रालेख (Pictograph) द्वारा प्रस्तुतीकरण

आँकड़ों को आसानी से समझने के लिए हम आँकड़ों को चित्रों या बस्तुओं द्वारा प्रस्तुत कर सकते हैं। चित्रालेख भी विभिन्न प्रकार के आँकड़ों को चित्रों द्वारा दिखाने की एक विधि है जिसे केवल देखकर हम आँकड़ों से संबंधित जानकारी हासिल कर सकते हैं।

चित्रालेख को कई संकेतों के प्रयोग से दिखाया जाता है। संकेतों का प्रयोग आवश्यकतानुसार इस प्रकार किया जाता है कि उन संकेतों से आँकड़ों की मूल भावना को समझा जा सके। उदाहरण के लिए हम व्यक्तियों को दिखाने के लिए संकेत या का प्रयोग कर सकते हैं आँकड़ों को विभिन्न बस्तुओं या चिह्नों द्वारा भी प्रस्तुत किया जा सकता है जैसे , , , आदि संकेतों को प्रयोग में लाया जा सकता है।

उदाहरण 3

रवि के कुछ मित्रों से रवि ने उनके द्वारा पसंद किए जाने वाले खेलों के बारे में पूछा, सबने अपनी राय कुछ इस प्रकार रखी :

खेल	खेल को पसंद करने वालों की संख्या
क्रिकेट	8
हॉकी	5
फुटबाल	2
बैडमिंटन	2
तैराकी	3

आइए एक चित्रालेख द्वारा इसे व्यक्त करें : सबसे पहले हम एक संकेत का चुनाव करेंगे। यहाँ हम एक मित्र को के संकेत से दिखाएंगे

खेल	खेल की पसंद करने वाले मित्रों की संख्या यहाँ = एक मित्र
क्रिकेट	
हॉकी	

फुटबाल	○○
बैडमिंटन	○○
तैराकी	○○○

आवश्यकता पड़ने पर एक ही संकेत द्वारा हम कई वस्तुओं या लोगों को भी दिखा सकते हैं। उदाहरण के लिए यदि आँकड़े अधिक बड़े हों तो उन्हें दिखाने के लिए अधिक संकेतों का प्रयोग सरल नहीं होता। आइये देखें :

यदि हमें 50 व्यक्तियों को संकेत द्वारा प्रस्तुत करना हो तो क्या हम उन्हें ○○..... 50 बार दिखाएंगे? नहीं। ऐसे आँकड़ों को प्रदर्शित करने के लिए हम एक संकेत से 5, 10 या अधिक लोगों को दर्शा सकते हैं।

उदाहरण 4

एक सर्वे में कुछ बच्चों ने अपनी पसंद के खाने के कुछ आइटम जैसे फल, बिस्कुट, दूध, चॉकलेट व टाफी आदि के बारे में निम्नलिखित जानकारी दी :

पसंद किया जाने वाले आइटम	बच्चों की संख्या
फल	20
दूध	15
बिस्कुट	25
चॉकलेट	20
टाफी	10

बच्चों द्वारा दी गई जानकारी को एक चित्रालेख द्वारा दिखाने के लिए हम एक संकेत का प्रयोग करेंगे।

माना ○ = 5 बच्चे

चित्रालेख

पसंद किया जाने वाला आइटम	बच्चों की संख्या
फल	○○○○
दूध	○○○
बिस्कुट	○○○○○
चॉकलेट	○○○○
टाफी	○○

इन उदाहरणों के अलावा भी आप चित्रालेख में अपनी सुविधानुसार संकेतों का प्रयोग करके सूचनाओं को दिखा सकते हैं।

कुछ अन्य उदाहरण

1. शिवाली ने अपनी कुछ सहेलियों से उनकी रुचि अनुसार सबसे अधिक पसंद किए जाने वाले फलों के बारे में प्राप्त जानकारी को निम्न सारणी द्वारा प्रस्तुत किया।

फल	संख्या
आम	12
सेब	16
केला	10
चीकू	10
पपीता	2



उपरोक्त सारणी द्वारा एक चित्रालेख बनाइए।

हल : माना = 2 बच्चे

फल	विद्यार्थियों की संख्या
आम	
सेब	
केला	
चीकू	
पपीता	

2. किसी सप्ताह में एक फैक्टरी द्वारा निर्मित मोबाइलों की संख्या निम्नलिखित है :

दिन	निर्मित मोबाइलों की संख्या
सोमवार	6000
मंगलवार	8000
बुधवार	7000
वीरवार	9000
शुक्रवार	11000

दी गई जानकारी को एक चित्रालेख द्वारा दिखाने के लिए हम एक सरल संकेत का प्रयोग करेंगे।

माना = 1000 मोबाइल

दिन	निर्मित मोबाइलों की संख्या
सोमवार	
मंगलवार	
बुधवार	
वीरवार	
शुक्रवार	

दंड आलेख

दंड आलेख भी आँकड़ों को दर्शाने की एक विधि है, दंड आलेख द्वारा सूचनाओं को समझने, उनकी व्याख्या करने तथा उनका विश्लेषण करने में बहुत मदद मिलती है।

इससे पहले आप चित्रालेखों द्वारा आँकड़ों को प्रस्तुत करना सीख चुके हैं परन्तु प्रत्येक स्थिति को चित्रालेखों द्वारा दिखाना न केवल कठिन होता है बल्कि उसमें समय भी अधिक लगता है, ऐसी स्थितियों में दंड आलेख एक उपयुक्त विधि है।

दंड आलेख खींचना

35 विद्यार्थियों वाली कक्षा में 4, 5, 6, 7 तथा 8 नम्बर के साइज वाले जूते पहनने वाले विद्यार्थियों की संख्या नीचे दी गई है :

जूते का साइज	विद्यार्थियों की संख्या
4	3
5	4
6	9
7	8
8	6

उपरोक्त जानकारी के आधार पर एक दंड आलेख बनाइए।

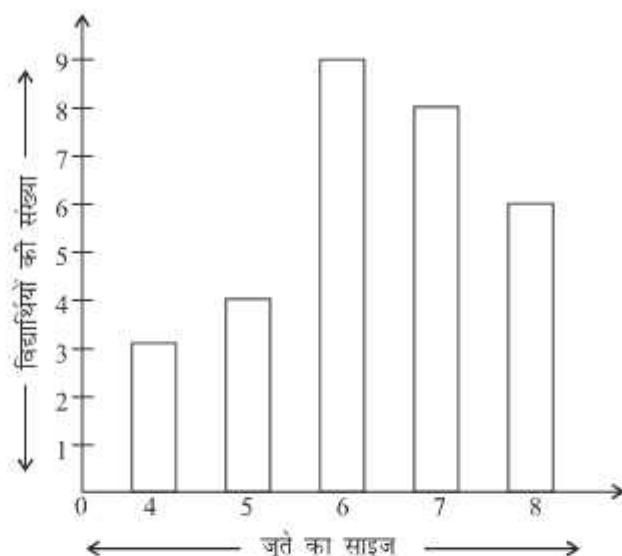
हल

आइए मिलकर इसे बनाएँ :

- पहले एक पड़ी लाइन और एक खड़ी लाइन खींचें।

- (ii) पड़ी लाइन पर जूते का साइज निरूपित करने वाले दंड समान दूरी पर अंकित करें।
 (iii) खड़ी लाइन पर विद्यार्थियों की संख्या लिखने के लिए संख्यांक लिखें।

आइए अब इसे बनाएँ।



एक और उदाहरण की सहायता से इसे समझें।

उदाहरण 5

एक रैन बसेरा (बेघर लोगों के रहने की जगह) में पिछले 6 वर्षों में आकर रहने वाले व्यक्तियों की जानकारी निम्नलिखित है :

वर्ष	व्यक्तियों की संख्या
2007	100
2008	80
2009	140
2010	120
2011	100
2012	80

आइए दी गई सूचना को दंडालेख द्वारा प्रदर्शित करें।

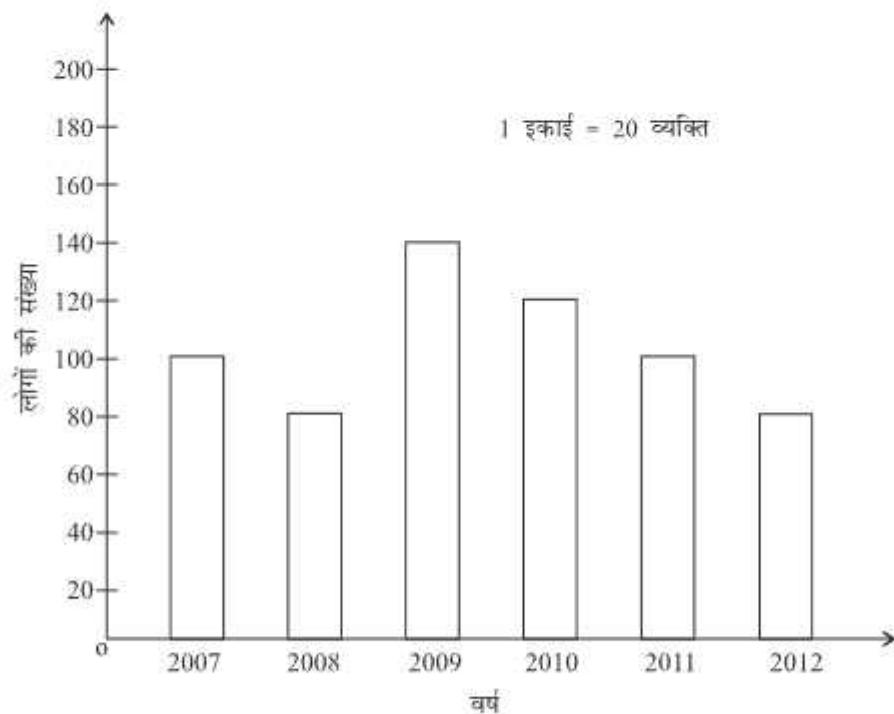
पिछले उदाहरण की तरह हम एक पड़ी रेखा और एक खड़ी रेखा खींचेंगे। पड़ी रेखा पर वर्ष तथा खड़ी रेखा पर व्यक्तियों की संख्या अंकित करेंगे। यहाँ व्यक्तियों की अधिकतम संख्या 140 तो क्या हम खड़ी रेखा पर 1 से 140 तक अंकित करेंगे? इस प्रकार की बड़ी संख्याओं को अंकित करने के लिए हमें एक उचित पैमाना लेना पड़ेगा। आइए देखें:

माना 1 इकाई = 20 व्यक्ति

इस प्रकार हम इकाइयों की गणना कुछ इस प्रकार करेंगे :

वर्ष	दण्ड की ऊँचाई के लिए इकाइ
2007	$\frac{1}{20} \times 100 = 5$ इकाइ
2008	$\frac{1}{20} \times 80 = 4$ इकाइ
2009	$\frac{1}{20} \times 140 = 7$ इकाइ
2010	$\frac{1}{20} \times 120 = 6$ इकाइ
2011	$\frac{1}{20} \times 100 = 5$ इकाइ
2012	$\frac{1}{20} \times 80 = 4$ इकाइ

अब उपरोक्त को दण्डआलेख पर दिखाना आसान हो गया है, आइए दण्ड आलेख द्वारा इस जानकारी को दर्शाएँ :



“रेन बसेरा” में आने वाले लोगों का दण्ड चार्ट द्वारा प्रस्तुतिकरण

अन्य उदाहरण

1. निम्नलिखित सारणी एक परिवार द्वारा विभिन्न मदों पर होने वाले मासिक खर्च को दर्शाती है :

क्र.सं.	मद	मासिक खर्च (रुपयों में)
1.	भोजन	₹ 3600
2.	बिजली	₹ 2600
3.	शिक्षा	₹ 1200
4.	कपड़े	₹ 800
5.	टेलीफोन बिल	₹ 1000
6.	परिवहन	₹ 1600

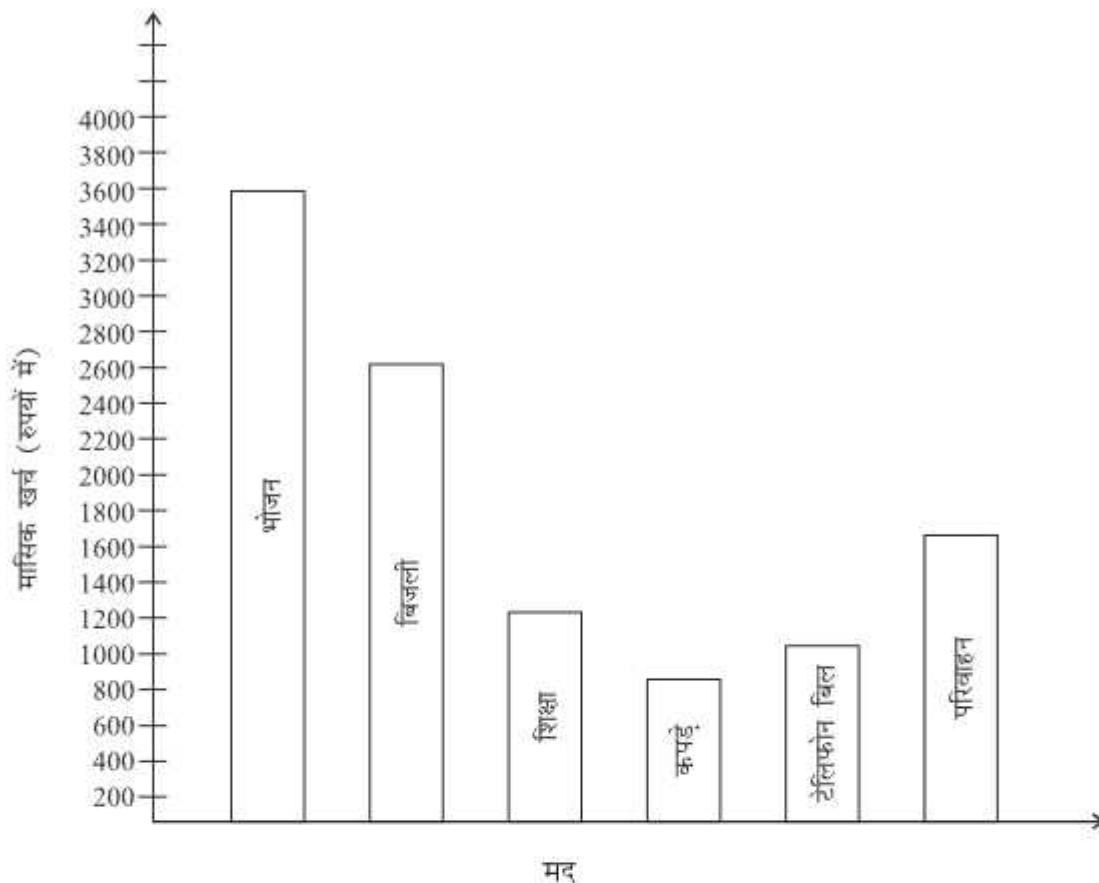
आइये इन आँकड़ों को एक दण्ड आलेख के रूप में व्यक्त करें :

सबसे पहले दो परस्पर रेखाएँ (पड़ी रेखा और खड़ी रेखा) खीचिए। पड़ी रेखा पर विभिन्न मदों को अंकित कीजिए तथा खड़ी रेखा पर उपयुक्त इकाई लेकर मासिक खर्च को अंकित कीजिए। समान दूरी पर समान चौड़ाई के दण्ड बनाइए।
माना 1 इकाई = ₹ 200

इस प्रकार इकाइयों की गणना कुछ इस प्रकार करेंगे।

क्र.सं.	मद	दण्ड की ऊँचाई के लिए इकाई
1.	भोजन	$\frac{1}{200} \times 3600 = 18$ इकाई
2.	बिजली	$\frac{1}{200} \times 2600 = 13$ इकाई
3.	शिक्षा	$\frac{1}{200} \times 1200 = 6$ इकाई
4.	कपड़े	$\frac{1}{200} \times 800 = 4$ इकाई
5.	टेलीफोन बिल	$\frac{1}{200} \times 1000 = 5$ इकाई
6.	परिवहन	$\frac{1}{200} \times 1600 = 8$ इकाई

आइये अब दण्ड आलेख पर इन मदों की उनकी ऊँचाई के संगत मान इकाइयों के अनुसार अंकित करें :



अभ्यास प्रश्न-17

1. 35 बच्चों द्वारा पसंद किए जाने वाले पतंगों के रंग निम्नलिखित हैं :

लाल	हरा	काला	लाल	नीला	सफेद	लाल
काला	हरा	पीला	लाल	नीला	सफेद	नीला
काला	सफेद	नीला	सफेद	पीला	लाल	सफेद
पीला	पीला	लाल	सफेद	हरा	पीला	लाल
लाल	लाल	नीला	लाल	सफेद	लाल	पीला

मिलान चिह्नों का प्रयोग करके नीचे दी गई सारणी को पूरा कीजिए :



रंग	मिलान चिह्न	बच्चों की संख्या
पीला
नीला
लाल
हरा
सफेद
काला

सारणी में सबसे अधिक किस रंग की पतंग को पसंद किया गया है?

2. 30 बच्चों से उनकी पसंद की जाने वाली मिठाइयों की जानकारी इस प्रकार है :
रसगुल्ला, बरफी, गुलाब जामुन, बरफी, लड्डू
जलेबी, गुलाब जामुन, बरफी, लड्डू, रसगुल्ला
बरफी, बरफी, रसगुल्ला, रसगुल्ला, बरफी, लड्डू
लड्डू, जलेबी, बरफी, लड्डू, गुलाब जामुन, बरफी
जलेबी, रसगुल्ला, बरफी, गुलाब जामुन, बरफी, गुलाब जामुन, बरफी, रसगुल्ला
मिठाइयों की मिलान चिह्न का प्रयोग करते हुए एक सारणी में व्यवस्थित कीजिए।
दी गई जानकारी को चित्रालेख द्वारा प्रदर्शित कीजिए।
3. एक कारखाने में आने वाले 40 व्यक्तियों से उनके कार्यस्थल व घर की ओर की दूरी (किलोमीटर) में इस प्रकार रिकार्ड की गई :

3	1	6	1	6	6	4	4	3	2
5	6	1	2	6	4	5	2	5	5
2	5	6	1	5	3	5	5	2	3
1	1	5	5	3	2	4	5	1	1

मिलान चिह्नों का प्रयोग करके एक सारणी बनाइए।

(क) सबसे अधिक व्यक्ति कितनी दूरी से आते हैं?

(ख) 3 किलोमीटर वा अधिक दूरी से आने वाले साइकिल का प्रयोग करते हैं। ऐसे व्यक्तियों की संख्या कितनी है?

4. एक सर्वे के अनुसार 50 परिवारों में कुल सदस्यों की संख्या निम्नलिखित थी :

3	5	3	4	1	2	1	3	6	2
2	2	2	3	3	4	3	6	3	1
4	3	3	5	5	3	5	2	2	3
3	5	5	2	3	1	6	5	4	6
2	3	1	2	3	6	2	1	3	4

मिलान चिह्नों का प्रयोग करके सारणी बनाओ और बताओ कि 3 सदस्यों वाले परिवारों की संख्या क्या है?

5. एक वार्षिक परीक्षा में किसी कक्षा के विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त ग्रेड इस प्रकार है।

ग्रेड	विद्यार्थियों की संख्या
A	26
B	32
C	20
D	18
E	4

उपरोक्त को चित्रालेख द्वारा दर्शाओ।

6. राजकुमार एक चिड़ियाघर को देखने गया वहाँ उसने कई जानवर देखे। उसने जानवरों की संख्या को नीचे लिखी सारणी के अनुसार लिखा।

जानवरों का नाम	जानवरों की संख्या
हाथी	20
घोड़े	25
शेर	10
गैँडा	5
हिरण	30
जिराफ़	5



दी गई सारणी को चित्रालेख द्वारा दर्शाओ। एक चित्र संकेत के रूप में 5 जानवर लिये जा सकते हैं।

7. एक कक्षा में अध्यापक ने बच्चों से उनकी रुचि के अनुसार अच्छे लगने वाले कार्य के बारे में पूछा। उसने निम्न आँकड़े प्राप्त हुए :

कार्य	विद्यार्थियों की संख्या
खेलना	18
T.V. देखना	32
पढ़ना	27
सोना	5
धूमना	44

आँकड़ों को एक दण्ड-आलेख द्वारा प्रस्तुत करो।

8. एक सर्वे के अनुसार बच्चे टी.वी. पर निम्न प्रकार के प्रोग्रामों को देखते हैं।

प्रोग्राम	देखने वाले बच्चों का प्रतिशत
साहसिक	25
हास्य	10
कार्टून	40
शैक्षिक	5
खेलकूद	20

एक दण्ड आलेख द्वारा आँकड़ों का प्रदर्शित कीजिए।

9. अख्खियां या पत्र-पत्रिकाओं में प्रकाशित आँकड़ों को देखो और उनको चित्रालेखों और वंड आलेख द्वारा दर्शाओ। क्या आप दण्ड आलेखों और चित्रालेखों द्वारा आँकड़ों को आसानी से समझ सकते हैं?
10. राखी ने अपने मित्रों के नाम एक कागज पर लिखे। मित्रों से उनकी जन्मतिथि की जानकारी लेकर उनके जन्म के माह को एक सारणी के रूप में लिखा।

क्रम संख्या	नाम	जन्म का माह
1.	अनुराग	मार्च
2.	राशिद	जनवरी
3.	सोहन	दिसम्बर
4.	लता	जनवरी
5.	सुषमा	जुलाई
6.	बबली	नवम्बर
7.	हिना	जनवरी
8.	तारा	दिसम्बर
9.	लवली	दिसम्बर
10.	सौरभ	जून
11.	सोनम	मई
12.	सुरभी	सितम्बर
13.	अंकिता	जून
14.	विकास	अगस्त
15.	हबीब	मार्च
16.	संजय	अक्टूबर
17.	राकेश	अगस्त
18.	शोकीन	जनवरी
19.	सीमा	जुलाई
20.	कुलदीप	फरवरी
21.	अजय	मई
22.	तलत	अप्रैल
23.	नेहा	अगस्त
24.	सोनिया	दिसम्बर
25.	विवेक	अक्टूबर

आँकड़ों से एक बारम्बारता सारणी बनाकर, दण्ड चार्ट द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

उत्तरमाला

अभ्यास प्रश्न-17

1.

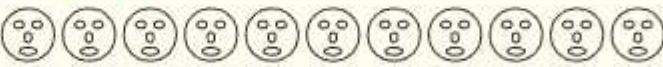
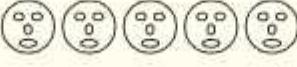
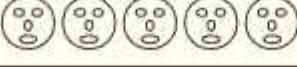
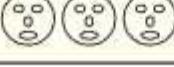
रंग	मिलान चिह्न	बच्चों की संख्या
पीला		6
नीला		5
लाल		11
हरा		3
सफेद		7
काला		3

सबसे अधिक लाल रंग को पसंद किया गया।

2.

मिठाई	मिलान चिह्न	बच्चों की संख्या
बरफी		11
रसगुल्ला		6
गुलाब जामुन		5
लड्डू		5
जलेबी		3

संकेत  = 1 बच्चा

मिठाई	बच्चों की संख्या
बरफी	
रसगुल्ला	
गुलाब जामुन	
लड्डू	
जलेबी	

3.

दूरी (किलोमीटर में)	मिलान चिह्न	व्यक्तियों की संख्या
1		8
2		6
3		5
4		4
5		11
6		6

(क) सबसे अधिक 5 किलोमीटर दूर से आते हैं।

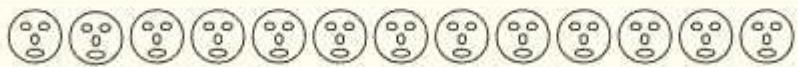
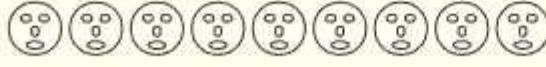
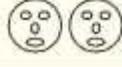
(ख) 26

4.

सदस्यों की संख्या	मिलान चिह्न	परिवारों की संख्या
1		6
2		11
3		16
4		5
5		7
6		5

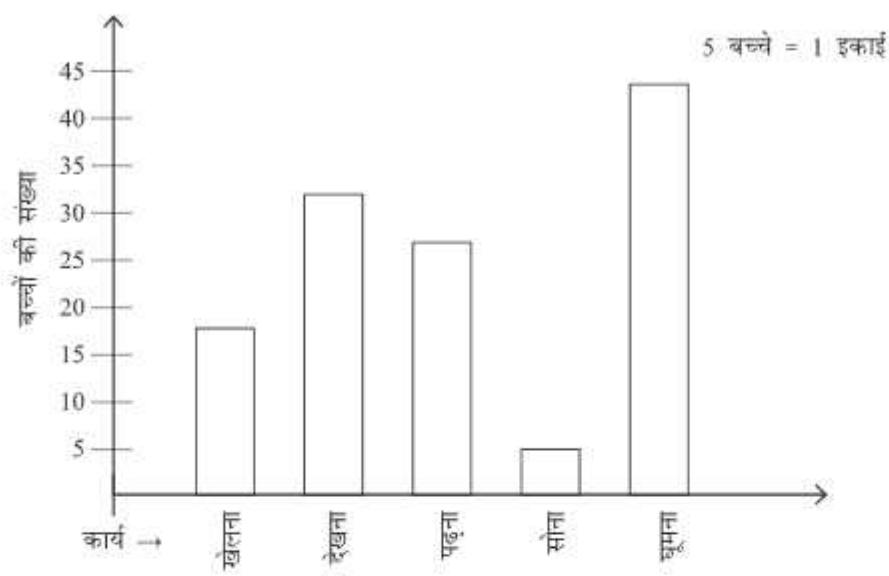
3 सदस्यों वाले 16 परिवार हैं।

5.

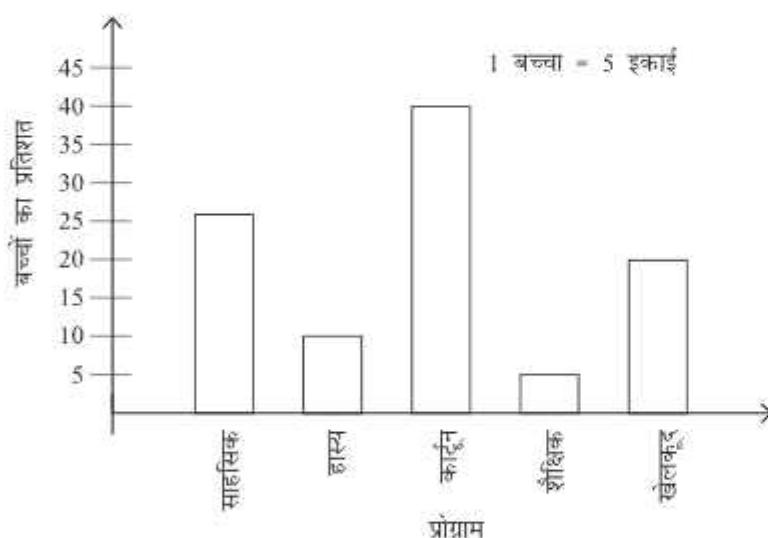
ग्रेड	विद्यार्थियों की संख्या	संकेत  = 2 विद्यार्थी
A		
B		
C		
D		
E		

6. स्वयं करो।

7.



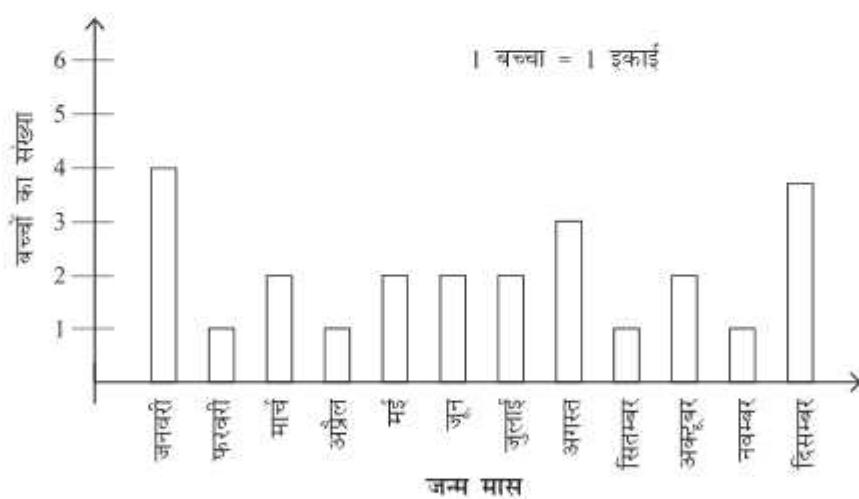
8.



9. स्वयं करें

10.

क्रम संख्या	जन्म माह	मिलान चिह्न	जन्म लेने वाले बच्चों की संख्या
1.	जनवरी		4
2.	फरवरी		1
3.	मार्च		2
4.	अप्रैल		1
5.	मई		2
6.	जून		2
7.	जुलाई		2
8.	अगस्त		3
9.	सितम्बर		1
10.	अक्टूबर		2
11.	नवम्बर		1
12.	दिसम्बर		4



विद्यार्थी प्रगति पत्रक

शिक्षक/शिक्षिका विगत पाठ्य-सामग्री के आधार पर विद्यार्थी की प्रगति को निम्नलिखित तालिका में अंकित करें।

क्र.सं.	अधिगम संप्राप्ति	3.	2.	1.
		सक्षम है	सहायता से करता/करती है	सुधार की आवश्यकता है
1.	----- ----- -----			
2.	----- ----- -----			
3.	----- ----- -----			
4.	----- ----- -----			
5.	----- ----- -----			
6.	----- ----- -----			
7.	----- ----- -----			
8.	----- ----- -----			
9.	----- ----- -----			
10.	----- ----- -----			

गणित

वच्चे

1. 5 अंकों की बड़ी संख्याओं से संबंधित समस्याओं का उचित सक्रियाओं (जोड़, घटा, गुणन, भाग) के प्रयोग द्वारा हल करते हैं।
2. सम, विषम, अभाज्य तथा भाज्य संख्याओं का वर्गीकरण करते हैं।
3. दैनिक जीवन से जुड़ी स्थितियों में महत्तम समापवर्तक तथा लघुत्तम समापवर्तक का प्रयोग करते हैं।
4. पूर्णांकों के जोड़ तथा घटा से संबंधित समस्याओं हल करते हैं।
5. दैनिक जीवन की समस्याओं जिनमें भिन्न तथा दशमलव का जोड़/घटा का प्रयोग करते हैं तथा विभिन्न स्थितियों में भिन्न तथा दशमलव का प्रयोग करते हैं।
6. अलग-अलग स्थितियों में अनुपात का प्रयोग कर विभिन्न राशियों की तुलना करते हैं जैसे किसी विशेष कक्षा में लड़कियों एवं लड़कों का अनुपात 3 : 2 है।
7. ज्यामिती अवधारणाओं जैसे रेखा, रेखा खंड, खुली एवम् बन्द आकृति, कोण, त्रिभुज, चतुर्भुज, वृत्त आदि का अपने परिवेश के उदाहरणों द्वारा व्यक्त करते हैं।
8. कोणों की समझ को व्यक्त करते हैं :- क) परिवेश से कोणों का माप के आधार पर वर्गीकरण ख) 45° , 90° और 180° को संदर्भ कोण के रूप में लेकर अन्य कोणों के माप का अनुमान लगाना।
9. रैखिक सममिति के बारे में अपनी समझ व्यक्त करते हुए द्विआयामी (2D) आकृतियों में सममित आकृतियाँ पहचानते हैं जिनमें एक या अधिक सममित रेखाएँ हैं तथा सममित द्विआयामी आकृतियों की रचना करते हैं।
10. त्रिभुज और इसके भागों को पहचानते हैं।
11. भुजाओं और कोणों के आधार पर त्रिभुज के प्रकारों को बताते हैं।
12. आयत व वर्ग के बीच में अन्तर करते हैं।
13. अपने परिवेश में स्थित विभिन्न (3D) वस्तुओं की पहचान करते हैं।
14. (3D) वस्तुओं में उदाहरण सहित किनारों, शीर्षों और सतहों का वर्णन करते हैं।
15. आयताकार वस्तुओं का परिमाप और क्षेत्रफल निकालते हैं।
16. सूचनाओं को एकत्रित और व्यवस्थित करते हैं तथा उनको चित्रालेख एवम् दंडालेख की सहायता से वर्णित करते हैं।

गणित

बच्चे

1. पूर्णांकों के जोड़ तथा घटा से सम्बन्धित दैनिक जीवन की समस्याओं को हल करते हैं। दो पूर्णांकों का गुणा / भाग करते हैं।
2. भिन्नों के गुण और भाग की व्याख्या करते हैं।
3. भिन्न/दशमलव की गुणा और भाग एलगोरिथम विधि द्वारा करते हैं।
4. भिन्न / दशमलव से सम्बन्धित दैनिक जीवन की समस्याओं को हल करते हैं।
5. दैनिक जीवन की समस्याओं को सरल समीकरण के रूप में प्रदर्शित करते हैं और हल करते हैं।
6. किसी स्थिति के सामान्यीकरण हेतु राशि का विभिन्न संक्रियाओं के साथ प्रयोग करते हैं।
7. प्रतिशत को भिन्न तथा दशमलव में एवं भिन्न तथा दशमलव को प्रतिशत में रूपांतरित करते हैं।
8. लाभ-हानि प्रतिशत तथा साधारण व्याज में दर प्रतिशत की गणना करते हैं।
9. कोणों को उनके गुणधर्म के आधार पर वर्गीकृत करते हैं।
10. एक कोण का मान ज्ञात होने पर दूसरे कोण का मान ज्ञात करते हैं।
11. यदि त्रिभुज के दो कोण ज्ञात हों तो तीसरे अज्ञात कोण का मान ज्ञात करते हैं।
12. पैमाना (स्केल) तथा परकार की सहायता से एक रेखा के बाहर स्थित बिन्दु से रेखा के समानान्तर एक अन्य रेखा खींचते हैं।
13. एक बंद आकृति को अनुमानित क्षेत्रफल की गणना इकाई वर्ग ग्राफ-ग्राफ पेपर के द्वारा करते हैं।
14. आयत तथा वर्ग के द्वारा घिरे क्षेत्र के क्षेत्रफल की गणना करते हैं।
15. दंड आलेख के द्वारा आंकड़ों की व्याख्या करते हैं।

नोट्स

नोट्स

नोट्स
